

Journées régionales de l'APMEP

Niort 13/10/10

L'Algorithmique au Lycée

I- Références et questionnements :

(Extraits du programme de seconde »Objectifs pour le lycée :

La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au collège, les élèves ont rencontré des algorithmes (algorithmes opératoires, algorithme des différences, algorithme d'Euclide, algorithmes de construction en géométrie).

Ce qui est proposé dans le programme est une formalisation en langage naturel propre à donner lieu à traduction sur une calculatrice ou à l'aide d'un logiciel. Il s'agit de familiariser les élèves avec les **grands principes d'organisation d'un algorithme : gestion des entrées-sorties, affectation d'une valeur et mise en forme d'un calcul.**

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés :

- à décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- à en réaliser quelques uns à l'aide d'un tableur ou d'un petit programme réalisé sur une calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- à interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et **les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme** (fonctions, géométrie, statistiques et probabilité, logique) mais aussi **avec les autres disciplines ou la vie courante.**

A l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Programme de seconde :

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie).

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- d'écrire une formule permettant un calcul ;
 - d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ;
- ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.

Boucle et itérateur, instruction conditionnelle

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- de programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ;
- de programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Questionnements :

- (Q0) Comment aborder la notion d'algorithme la première fois ?
- (Q1) Comment inscrire la démarche algorithmique dans la résolution de problèmes en relation avec les autres parties du programme ?
- (Q2) Est-il pertinent de créer des algorithmes identiques -voir moins performants- à ceux dont les implémentations sont déjà connus des élèves (Ex : dichotomie, tableau de valeur d'une fonction/graphes à la calculatrice...)?
- (Q3) L'idée de « ça existe déjà mais là c'est moi qui l'ai fait » est-elle présente chez tous les élèves ? Peut-on s'appuyer dessus ?
- (Q4) Quel niveau d'expertise peut-il être attendu pour tout les élèves de Seconde sur la démarche algorithmique ?
- (Q5) Comment ne pas multiplier les logiciels et les temps de prise en main ?
- (Q6) Un logiciel de « presque exclusive » (à nuancer peut-être à l'usage) algorithmique comme Algobox est-il pertinent ?
- (Q7) ...

II- Logiciels utilisés

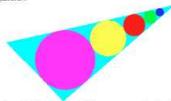
- Geogebra (Google + « Telechargement » + Webstart)
- Tableur (Open office pré-installé)
- AlgoBox (Google ou version autonome sur clé – pour la prise en main, onglet « Tutoriel » très bien fait)
- Scilab (Google + Download)

III- Exemples d'activités algorithmiques

A- L'outil Geogebra

Voir dossier correspondant sur le réseau

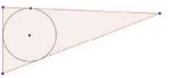
Pré requis : - Savoir construire à la main le cercle inscrit dans un triangle quelconque.
Objectif : - Reproduire la figure suivante à l'aide de logiciel geogebra
- Créer un outil « cercle_inscrit »



- Lancer le logiciel geogebra et créer un dossier au bon endroit pour sauvegarder les futurs travaux de mathématiques.

1. Le cercle inscrit

- Obtenir une figure similaire à la suivante, les trois sommets du triangle étant variables.



- Enregistrer le travail dans le dossier créé sous le nom suivant : « cercle_inscrit »

2. Le Saugaku

- Modifier/Compléter la figure pour obtenir le Saugaku inscrite

- Pour ceux qui ont fini... ou qui sont fatigués de répéter toujours la même recette

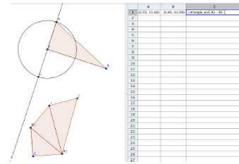
- Sauvegarder votre travail en l'état sous un autre nom (par exemple « saugaku_2 »)
- Le saugaku comporte des répétitions : par exemple, la construction d'un cercle inscrit. Nous allons créer un outil : une boîte qui exécute toute seule la recette « inscrire un cercle dans un triangle », si on lui donne les ingrédients...
 - Ouvrir le fichier « cercle_inscrit » et cliquer sur :
 - Cliquer sur « objets initiaux » et les sélectionner en dessous.
 - Cliquer sur « objets finaux » et les sélectionner en dessous.
 - Cliquer sur « Nom et icône » et choisir un nom.
 - L'outil (ou la recette) est créé, il apparaît dans la barre d'outil. Si c'est le bon outil, en cliquant sur les trois sommets d'un triangle, le cercle inscrit au triangle se construit automatiquement : la recette est appliquée. On peut la répéter avec d'autres points. Un tel procédé (c'est les instructions que contient l'outil) s'appelle un algorithme.

4. Pour aller plus loin

- Un triangle étant construit, créer un autre outil (ou un algorithme) qui permet, à lui seul, de construire le Saugaku (en répétant l'outil inscrit de fois que nécessaire).

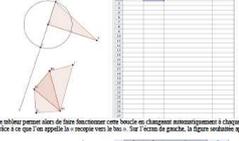
B- L'escargot sur Geogebra

Voir dossier correspondant sur le réseau (dans Geogebra, afficher la fenêtre tableur).

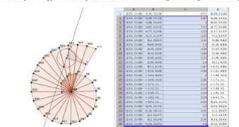


- Cette première figure du tableur (reconstituer le dessin triangle. On espère construire le prochain avec la dernière ligne et avec de suite. Il faut donc créer chaque fois un nouveau rectangle, élargir, c'est-à-dire :
- Le maximum (ou le cas du tableur) : Si décroît
- Le minimum (ou le cas du tableur) : Si décroît

Les instructions sont ainsi placés à l'opposé avec ces données initiales : un quelque vert, la barre est blanche.



- Le tableur permet donc de faire fonctionner cette recette en changeant automatiquement à chaque fois les entités plus à ce que l'on appelle la « boucle vers le bas ». Sur l'écran de gauche, la figure suivante apparaît :



C- Maximum d'une fonction (continue) sur un intervalle (fermé borné)

Voir dossier correspondant sur le réseau (ouvrir d'abord AlgoBox puis ouvrir le fichier)

Code de l'algorithme

```

POUR i ALLANT_DE 1 A n
  DEBUT_POUR
  x PREND_LA_VALEUR a+i*(b-a)/n
  SI (F1(x)>ymax) ALORS
    DEBUT_SI
    xmax PREND_LA_VALEUR x
    ymax PREND_LA_VALEUR F1(x)
    FIN_SI
  SI (F1(x)<ymin) ALORS
    DEBUT_SI
    xmin PREND_LA_VALEUR x
    ymin PREND_LA_VALEUR F1(x)
    FIN_SI
  FIN_POUR
  
```

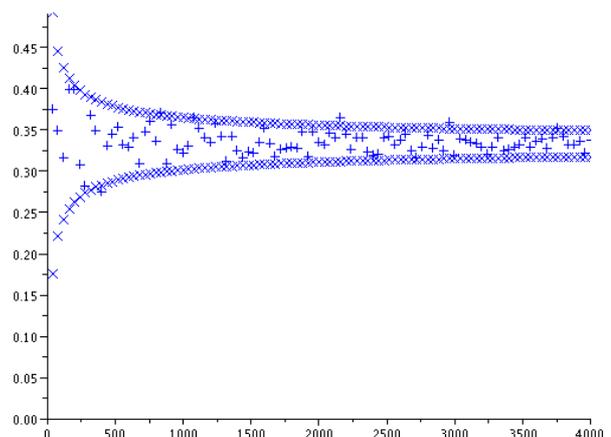
Opérations standards Utiliser une fonction numérique Dessiner dans un repère

Ajouter code

- + Déclarer nouvelle variable
- + Ajouter LIRE variable
- + AFFECTER valeur à variable
- + Ajouter AFFICHER variable
- + Ajouter AFFICHER Message
- + Ajouter SI...ALORS
- + Ajouter POUR...DE...A
- + Ajouter TANT QUE...

D- Trompette d'échantillonnage

Voir dossier correspondant sur le réseau, version 1 : sur tableur avec ses qualités... et ses défauts, version 2 sur AlgoBox, version 3 sur Scilab (note pour Scilab : ouvrir l'éditeur puis ctrl + l pour lancer le programme dans la console).



E- Lancé de deux dés

(voir dossier correspondant sur le réseau, version 1 : sur tableur, version 2 sur AlgoBox)

F- Anniversaires

Voir dossier correspondant sur le réseau, le problème classique suivant permet de montrer l'insuffisance du bon sens commun pour traiter des probabilités : Dans une classe de 23 élèves, quelle

AlgoBox : /Users/math/Documents/maths xav/0Lycée/0_Cours Seconde/seconde reflexions/algorithm...

Nouveau Ouvrir Sauver Tester

Présentation de l'algorithme

Cet algorithme donne la fréquence de résultats inférieurs ou égaux à $k=3$ lorsqu'on lance deux dés un nombre de fois à choisir. (On pourrait le modifier afin de pouvoir choisir $k...$)

Code de l'algorithme

VARIABLES

- dé1 EST_DU_TYPE NOMBRE
- dé2 EST_DU_TYPE NOMBRE
- somme EST_DU_TYPE NOMBRE
- lancés EST_DU_TYPE NOMBRE
- compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
- fréquence EST_DU_TYPE NOMBRE
- nbdelancés EST_DU_TYPE NOMBRE

DEBUT_ALGORITHME

- LIRE nbdelancés
- compteur PREND_LA_VALEUR 0
- POUR lancés ALLANT_DE 1 A nbdelancés
 - DEBUT_POUR
 - dé1 PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)

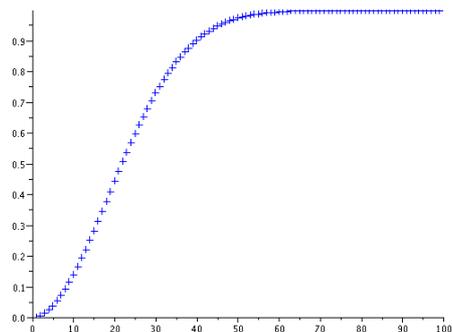
Modifier Ligne

Supprimer Ligne/Bloc

Tester Algorithme

Nouvelle Ligne

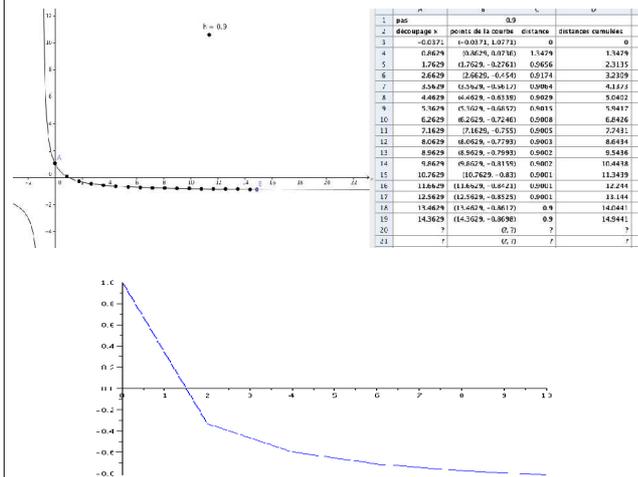
est la probabilité que deux élèves aient le même jour d'anniversaire ? i.e même jour et même mois.



version Scilab (note pour Scilab : ouvrir l'éditeur puis $ctrl + l$ pour lancer le programme dans la console).

G- Comment évaluer la longueur d'une courbe (d'une fonction) ?

Voir dossier correspondant sur le réseau, version 1 : sur Geogebra (afficher la fenêtre tableau) ou tableau (non fait), version 2 sur AlgoBox, version 3 sur Scilab : note pour Scilab : ouvrir l'éditeur puis $ctrl + l$ pour lancer le programme dans la console))



H- Résolution d'une équation du second degré

Voir dossier correspondant sur le réseau :

Résout les équations du second degré (dans \mathbb{R} ... une idée serait de faire évoluer ce même algorithme sur le lycée... des formes simples voir canonique générale en seconde jusqu'aux complexes pour les séries S)

Version AlgoBox, version calculatrice ?

AlgoBox : /Users/math/Documents/maths xav/0Lycée/0_Cours Seconde/seconde reflexions/algorithm...

Nouveau Ouvrir Sauver Tester

Présentation de l'algorithme

Résout les équations du second degré (dans \mathbb{R} ... une idée serait de faire évoluer ce même algorithme sur le lycée... pour les séries S jusqu'aux complexes)

Code de l'algorithme

```

AFFICHER "Il n'y a pas de racine réelle à ce polynôme."
FIN_SI
SINON
  DEBUT_SINON
  SI (b*b - 4*a*c == 0) ALORS
    DEBUT_SI
    AFFICHER "Il y a une unique racine double : "
    sol1 PREND_LA_VALEUR -b/(2*a)
    AFFICHER sol1
  FIN_SI
  SINON
    DEBUT_SINON
    AFFICHER "Il y a deux racines réelles : "
  
```

Modifier Ligne

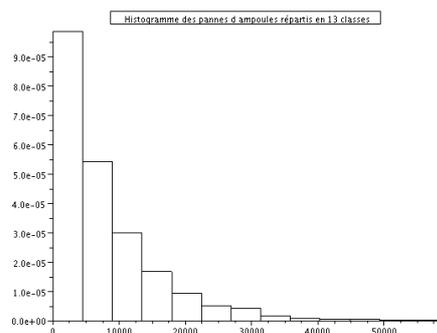
Supprimer Ligne/Bloc

Tester Algorithme

Nouvelle Ligne

I- Introduction à la notion de densité de probabilité en TS

Voir dossier correspondant sur le réseau, version Scilab (note pour Scilab : ouvrir l'éditeur puis $ctrl + l$ pour lancer le programme dans la console).



J- Exemples du document d'accompagnement (voir dossier correspondant sur le réseau, et le pdf)

ÉduSCOL

Mathématiques

Lycée

Ressources pour la classe de seconde

- Algorithmique -

Ce document peut être utilisé librement dans le cadre des enseignements et de la formation des enseignants.

Toute réimpression, même partielle, à l'usage strict et exclusif d'une seconde publication, est soumise à l'autorisation de l'auteur, gérant des Droits Numériques.

Juin 2009

© 2009 ÉduSCOL

III- Éléments de réponse, ébauche d'une progression

Extrait des programmes de 1S et TS (modifications 2009)

Modification du programme de 1ère S : Liens entre mathématiques et informatique (...)

Dans le deuxième alinéa, la dernière phrase devient :

Dans le cadre de l'introduction de l'algorithmique au lycée, l'élève devra mettre en oeuvre, notamment sur sa calculatrice, les notions de boucle et test.

Repérage

◇ Le cadre de la géométrie repérée offre la possibilité de traduire numériquement des propriétés géométriques et permet de résoudre certains problèmes par la mise en oeuvre d'algorithmes simples.

Lieux géométriques dans le plan

◇ Les logiciels de géométrie dynamique ou de programmation seront utilisés pour visualiser certains lieux

Dérivation

[...]

Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable [...]

◇ À l'aide d'un algorithme, on construira point par point un ou deux exemples [...]

Suites

Modes de générations d'une suite numérique.

◇ Calcul des termes d'une suite à l'aide d'un algorithme donnant lieu à un programme sur calculatrice ou ordinateur ; [...]

◇ On veillera à faire réaliser sur calculatrice ou ordinateur des programmes où interviennent boucle et test.[...]

Statistiques

◇ L'usage d'un tableur ou la mise en oeuvre d'algorithmes adaptés, sur ordinateur ou d'une calculatrice, permet d'observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.

Probabilités

Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité.

[...] On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers la variance théorique.

◇ Par la mise en oeuvre sur ordinateur ou calculatrice d'un algorithme, on illustre ceci par des simulations dans des cas simples.

Modélisation [...]

◇ Par la mise en oeuvre d'algorithmes, on simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).

Modification du programme de terminale S

Langage de la continuité et tableau de variations

◇ On pourra approcher la solution de l'équation $f(x) = k$ par dichotomie ou balayage avec la calculatrice ou l'ordinateur.

Suites et récurrence

Raisonnement par récurrence. Suite monotone, majorée, minorée, bornée.

On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite L , en complétant l'étude sur calculatrice ou ordinateur par des encadrements de $(u_n - L)$.

◇ Ce pourra être l'occasion d'écrire un programme de calcul mesurant la vitesse de convergence.

◇ Calcul d'une solution d'une équation $f(x) = 0$ par un algorithme dichotomique.

◇ Calculs d'aires.

◇ On étudiera expérimentalement des suites définies par une relation de récurrence.

Intégration et dérivation

◇ Exemple de tracé de la courbe approchée de la primitive d'une fonction par la méthode d'Euler.

Lois de probabilité

Loi de Bernoulli, loi binomiale ; espérance et variance de ces lois.

◇ La simulation de tirages avec remise est proposée comme activité algorithmique.

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Arithmétique

◇ On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en oeuvre sur calculatrice ou ordinateur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.

◇ L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'une calculatrice ou sur un ordinateur.

Quelques éléments de réponse aux questionnements initiaux :

- Voir tableau *Essai de progression sur l'Algorithmique au Lycée*.
-
-
- Le niveau 2 explicité semble-t-il... En tout cas on peut se le fixer. La complexification dans le temps d'un même algorithme peut accompagner l'augmentation de l'expertise sur une tâche donnée : Exemple de la **Résolution générale d'une équation du second degré**
- - L'acquisition de compétences sur Tableur semble indispensable.
 - Geogebra paraît idéal pour de nombreux domaines : géométrie plane, fonctions, statistiques, suites, physique, etc. et est en développement permanent.
 - Il semblerait que l'utilisation du tableur de Geogebra peut se substituer à celui d'Open Office pour en mathématique fusionner les logiciels (les compétences acquises quand à la maîtrise du tableur de Geogebra le serait pour n'importe quel tableur)
 - Scilab semble être un logiciel très puissant, de programmation mais pas que, et avec un module Lycée qui le rend accessible. Il est transférable dans les études des futurs étudiants en sciences. Comme tous les logiciels de programmation, il est d'accès difficile de part son langage propre.
 - Algobox : cf (6)

(6) Algobox semble très rapide de prise en main et accompagne les débuts de formalisation de manière très pertinente : la formalisation d'un algorithme écrit se transpose dans le logiciel à l'identique. Il apparaît alors comme une passerelle entre la compréhension général de l'idée d'algorithme vue à travers la construction d'un outil Geogebra ou d'une feuille de calcul Tableur et les langages de programmation. L'inconvénient est celui de ces avantages : le non professionnalisme du logiciel qui devient rapidement insuffisant et sera obsolète une fois les élèves sortis du Lycée. Cependant, il reste sa fonction importante de passerelle et de verbalisation d'algorithme. Il pourrait convenir à tous les élèves de seconde pour une approche de la forme algorithmique.

Essai de progression sur l'Algorithmique au Lycée

Niveaux d'expertise/ Compétences	Période proposée d'accèsion au niveau / élèves concernés	Exemple de situations permettant l'accèsion au niveau	Logiciel proposé
<p>1 1A- La compréhension de ce qu'est un algorithme</p> <p>1B- La compréhension de l'intérêt des procédures algorithmiques notamment répétitives (boucles) ou alternatives (si... alors)</p>	<p>Début de seconde / tous les élèves – géométrie.</p>	<p>- Création de l'outil « cercle-inscrit » à l'aide de geogebra outil geogebra, escargot) → Automatisation d'une suite d'instruction</p> <p>- Escargot de Pythagore → Répétition d'une procédure – idée de boucle – par recopie vers le bas du tableur</p> <p>- Construction de la courbe d'une fonction définie par une formule sur tableur.</p> <p>- Babylone : approximation de sqrt</p> <p>- Simulation du lancer de deux dés sur tableur avec remise... et sans remise ?</p> <p>- Evaluer la longueur d'une courbe, l'aire sous une courbe</p> <p>- Trompette d'échantillonnage</p>	<p>- Geogebra</p> <p>- Geogebra (avec fonction tableur)</p> <p>Tableur</p> <p>- Tableur OO</p> <p>- Algobox ?</p> <p>- Geogebra (avec fonction tableur) ou tableur OO</p> <p>- Tableur</p> <p>- Tableur</p>
<p>2 2A- La formalisation d'un algorithme en langage naturel</p> <p>2B- La compréhension du fonctionnement d'un algorithme donné en langage naturel et son utilisation</p> <p>2C- La connaissance des composants d'un algorithme (variables, entrées, données, traitement, instructions, sorties, compteurs, etc.)</p> <p>2D- L'écriture d'un algorithme en langage naturel</p> <p>2E- Contrôler la solution algorithmique par des essais</p>	<p>Milieu-Fin de seconde/ tous les élèves ? Oui (?)</p>	<p>- Exploration de fonctions - Recherche d'extremums - Sens de variations</p> <p>- Evaluer la longueur d'une courbe, l'aire sous une courbe</p> <p>- Simulation du lancer de deux dés sur tableur avec remise... et sans remise ?</p> <p>- Démontrer qu'un triangle est isocèle, rectangle... ?</p> <p>- Systèmes de deux équations à deux inconnues (fonctions affines : trouver la fonction affine connaissance</p>	<p>Algobox/Scliab (alors niv3)</p> <p>Algobox ?</p> <p>Algobox</p> <p>Algobox</p> <p>Algobox/ Calculatrice ?</p>

		deux nombre et leurs images...)	Tableur/ Algo box Algobox
		- Fonctions du second degré - Résolution générale d'une équation du second degré – forme canonique - Somme de deux dés - Trompette d'échantillonnage	
3	3A- Niveau 2 en langage symbolique 3B- La traduction dans un langage de programmation, un « dictionnaire » de circonstance étant donné (i.e. seuls les termes nécessaires à la situation étudiée sont donnés). 3C- L'utilisation pour la circonstance d'un logiciel de programmation	Fin de seconde /tous les élèves ? Non (?)	Scilab Scilab
4	4- La maîtrise d'un langage de programmation et de son logiciel : créer un programme à partir d'un algorithme donné.	Première S/ Terminale S	Algobox/ Calculatrice Scilab
5	5- La création d'un algorithme puis d'un programme pour résoudre un problème donné.	Terminale S	Algobox/ Calculatrice Scilab