Site : [http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1262801008797/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=1182777619765](http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1262801008797/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=1182777619765)

**1. Tirage d'un nombre entier compris entre deux valeurs** *
Créer un générateur de nombres entiers pseudo-aléatoires compris entre deux bornes à partir du générateur de nombres décimaux pseudo-aléatoires compris entre 0 et 1.

**2. Tirage sans remise de deux valeurs** *
Désigner deux élèves au hasard dans une classe de 35 (tirer deux nombres distincts entre 1 et 35). On utilisera le générateur de nombres pseudo-aléatoires défini à l'item 1. (On peut élargir facilement à deux nombres compris entre 1 et n.)

**3. Tirage du Loto** ***
Propose un tirage pseudo-aléatoire de six nombres, plus un, parmi 49 sans remise.

**4. Permutation de n éléments** ***
C'est à la fois une généralisation (*n* éléments au lieu de 49) de l'algorithme précédent et un cas particulier (*n* éléments parmi *n*).

**5. Lancers de dés** **
On utilise un dé à six faces (généralisation possible à *k* faces).
Première version : On effectue *n* lancers et on affiche les fréquences obtenues.
Deuxième version : On effectue *p* séries de *n* lancers et on affiche le tableau des fréquences obtenues.

**6. Ecriture décimale illimitée périodique d'un rationnel. (Division à virgule)** ** *
Poursuivre une division aussi loin que nécessaire pout déterminer la période de l'écriture décimale illimitée d'un nombre rationnel.

**7. Détermination des racines d'une équation polynomiale par dichotomie** *** ***
On se propose de déterminer les zéros du polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par :
$F_1(x) = x^6 + x^5 - 11x^4 - 10x^3 + 21x^2 + 9x - 3$
Ce polynôme s'annule pour six valeurs comprises entre -3 et 3. AlgoBox permet d'en déterminer des valeurs approchées avec une précision de $10^{-7}$ . ( $2^{10}$ =1024 est voisin de $10^3$, on gagne 3 décimales toutes les dix itérations.)

**8. Distance de deux points, milieu d'un segment, équation d'une droite passant par deux points, médiatrice d'un segment** **
Connaissant les coordonnées de deux points du plan, on veut déterminer les coordonnées du milieu du segment ayant pour extrémités ces deux points, l'équation de la droite passant par ces deux points ainsi que l'équation de la médiatrice du segment. Cet algorithme peut être réalisé en plusieurs étapes. On peut également en faire une représentation graphique

**9. Avec trois points** ***

Déterminer les longueurs des côtés, tester une condition d'alignement, déterminer les équations des droites, des médiatrices des côtés, déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit ainsi que son rayon. Tracer le triangle, les 3 médiatrices et le cercle circonscrit. On peut imaginer encore bien d'autres choses (détermination de la nature du triangle, distance d'un point à la droite passant par les deux autres, détermination des médianes, des hauteurs, des bissectrices, enfin tout sur le triangle et
plus encore).

**10. Algorithme de Prabhakar** **

$u_0 \in \mathbb{N}$. $\left(u_k = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \sum_{i=0}^{n} (a_i \times 10^i)\right) \Rightarrow \left(u_{k+1} = \sum_{i=0}^{n} a_i^2\right)$. (écriture pour profs de maths !)

Que constate-t-on ?

Quel que soit l'entier naturel duquel on part on aboutit soit au cycle $4 \to 16 \to 37 \to 58 \to 89 \to 145 \to 42 \to 20 \to 4$ etc. soit à 1, soit à 0 (uniquement pour 0).

On peut étudier ce qu'il advient pour $p > 2$ en posant $u_{k+1} = \sum_{i=0}^{n} a_i^p$.

**11. Recherche des extrema d'une fonction sur un intervalle** **

Recherche du maximum et de minimum d'une fonction par balayage.

Par exemple, étude des extrema de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$.

**13. Les aiguilles de Buffon** **

On lance un grand nombre d'aiguilles sur un parquet formé de planches parallèles. On supposera que la largeur des planches est égale à la longueur des aiguilles. On compte le nombre de fois où les aiguilles tombent à cheval sur une rainure du parquet. Le rapport de ce nombre sur le nombre total de lancers tend vers $2/\pi$. Comme dans la méthode de Monte-Carlo la convergence est lente.

**14. Tri par sélection** **

On cherche dans la liste la plus petite valeur. On la place au début et on recommence.

Performance : 5000 valeurs triées en 1 min 55 s. [Pour un ordinateur de référence.]

**15. Tri par insertion** **

On prend une nouvelle valeur et on l'insère dans la liste déjà triée.

Performance : 5000 valeurs triées en 1 min 6 s. [Pour un ordinateur de référence.]

**16. Tri par dénombrement** **

On compte le nombre de tirages pour chacune des valeurs et on restitue ces valeurs dans l'ordre.

Performance : 5000 valeurs triées en 46 s. [Pour un ordinateur de référence.]

**17. Algorithme de Babylone (ou algorithme de Héron)** **

On cherche une valeur approchée de $\sqrt{a}$ pour $a \in \mathbb{R}$. On crée la suite suivante :
$u_0 = \frac{a}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{a}{u_n}\right)$.

**18. Algorithme de Kaprekar (mathématicien indien 1905-1988)** ***

On part d'un nombre $u_0$ écrit en base 10. $v_1$ est le nombre écrit à l'aide des mêmes chiffres pris dans l'ordre décroissant. $w_1$ est le nombre écrit avec les même chiffres pris dans l'ordre croissant. Enfin $u_1 = v_1 - w_1$, et on recommence.

Exemple : $u_0$= 351947 , $v_1$= 975 431, $w_1$ =134 579 et $u_1$= 975 431-134 579 = 840 852 .
On observe que la suite aboutit rapidement à un point fixe (appelé "puits") :
323 980 → 959 931 → 863 832 → 631 764 → 631 764...
ou la suite aboutit à un "cycle" :
925168 → 860 832 → 862 632 → 642 654 → 420 876 → 851742 → 750 843 → 840 852 → 860 832...

**19. Fractions** **

On dispose des chiffres de 1 à 9. On forme un nombre *a* en choisissant quatre d'entre eux et un nombre *b* avec les 5 restants. Est-il possible que la fraction $\frac{a}{b}$ soit égale à $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$?
Il existe bien des manières de chercher les solutions à l'aide d'un algorithme mais une manière originale
consiste à essayer des permutations (item 4) de façon aléatoires avec un test d'arrêt.
Ce qui revient à écrire n'importe quoi et compter sur la chance ... et ça marche (le plus souvent) !

**22. Conjecture de Syracuse** * **

$u_0 \in \mathbb{N}^*$. Pour tout entier naturel *k*, si $u_k$ est impair alors $u_{k+1} = 3u_k + 1$, sinon $u_{k+1} = \frac{1}{2}u_k$.

Il semblerait que, quel que soit l'entier naturel $u_0$, cette suite aboutisse à 1. On obtient ensuite le cycle 4 - 2 - 1 indéfiniment. Cette conjecture est connu sous le nom de conjecture de Syracuse ou conjecture de Collatz ou conjecture d'Ulam ou conjecture tchèque. En dépit de la simplicité de son énoncé, elle n'a pas encore été démontrée. Le mathématicien hongrois Paul Erdös dit à son propos que « les mathématiques ne sont pas encore prêtes pour de tels problèmes » . Il ne s'agit bien sûr pas de la démontrer, mais on peut la découvrir, l'essayer, compter le nombre d'étapes, faire des statistiques, des tableaux.

**23. Intersection de deux droites** * *

Les deux droites sont données par leurs équations cartésiennes réduites ($y = mx + p$). Il s'agit en fonction des coefficients directeurs et des ordonnées à l'origine de déterminer si les droites sont confondues, disjointes ou sécantes. Dans ce dernier cas on pourra déterminer les coordonnées de leur point d'intersection. On peut ajouter éventuellement une représentation graphique.

**24. Image d'un réel par une fonction, tableau de valeurs, tracé** *
Il s'agit d'un algorithme d'initiation que l'on peut enrichir progressivement.
Déterminer l'image d'un nombre par une fonction numérique d'une variable réelle.
Faire un tableau de valeurs et une représentation graphique sur un intervalle