GAMMES

MODES

TEMPÉRAMENTS

Jacques CHAYÉ

A.P.M.E.P.

Régionale Poitou- Charentes

Juin 2003

Contact : jacques.chaye@libertysurf.fr

TABLE DES MATIÈRES

GAMMES, MODES, TEMPÉRAMENTS…

INTRODUCTION :

❖ Peut-on considérer la Musique comme une discipline scientifique ?
• Chez les Anciens, Pythagore entre autres, le Nombre était à la base de toute explication de l'Univers : la Musique n'y échappait pas.
• Au Moyen Âge, les "Arts Libéraux" (pratiqués par l'homme "libre") se partageaient la connaissance en deux parties, l'une que nous dirions "littéraire" dans notre vocabulaire moderne et l'autre "scientifique" :
- le Trivium comportait la Grammaire, la Rhétorique et la Dialectique,
- le Quadrivium : l'Arithmétique, la Géométrie, la Musique et l'Astronomie.
• Plus tard, notre grand musicien Jean-Philippe Rameau décrivait la Musique comme une "*science physico-mathématique*", ensuite, citant René Descartes, il rajoutait, fort heureusement : "*sa fin est de plaire et d'exciter en nous diverses passions*".

❖ Il est, en effet, très souhaitable de ne négliger ni le "cœur" ni la "raison".
- sans le premier, une sonate, une fugue ne seraient que des exercices d'école, une cathédrale ne serait qu'une construction fonctionnelle,
- sans la seconde, la partition manquerait de consistance et l'édifice s'écroulerait.
Pourquoi certaines musiques apparaissent-elles superficielles et par trop légères ? n'est-ce pas parce qu'elles manquent de colonne vertébrale ?
Pourquoi d'autres sont-elles si austères et rébarbatives ? l'émotion n'a-t-elle pas laissé toute la place à l'intellect ?

❖ Ma modeste contribution dans les pages qui suivent n'aborde qu'un des points de la liaison maths-musique. Il y sera seulement question de GAMMES, d'ÉCHELLES MUSICALES, de MODES, de TONALITÉS et de TEMPÉRAMENTS :
• Jusqu'où faut-il rechercher les origines de la gamme occidentale "do-ré-mi-fa-sol-la-si" qui nous est familière ?
• Peut-on justifier le nombre 7 des notes de cette gamme ?
• Comment en est-on arrivé à cette suite irrégulière d'intervalles "ton, ton, demi-ton, ton, ton, ton, demi-ton" ?
• Pourquoi le clavier d'un piano comporte-t-il des touches blanches et des touches noires ?
• Quelle différence y a-t-il entre les gammes dites "de Pythagore", "de Zarlino" et "de Bach" ?
• À quelle époque le "mode majeur" et le "mode mineur" ont-ils évincé les autres modes ?
• Quels sont les rôles des "dièses" et des "bémols" ?
• Peut-on justifier le nombre 12 des notes de la "gamme chromatique" ?
• Qu'est-ce qu'une gamme "tempérée", "également tempérée", "bien tempérée" ?

❖ À la fin des Annexes on trouvera quelques références bibliographiques.
Il ne s'agit que d'ouvrages "grand-public" et datant de moins d'un siècle.

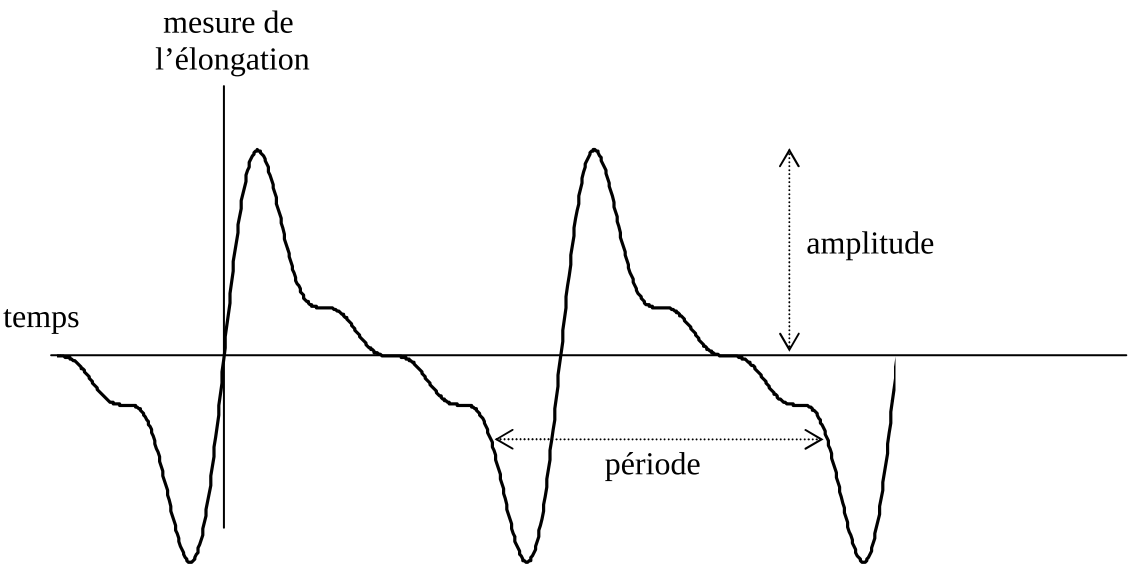
Pour ceux que ne rebute pas la lecture des textes anciens, signalons que ces questions n'ont pas seulement intéressé les musiciens, comme J.-Ph. Rameau, mais aussi des philosophes, des théologiens, des hommes de lettres ou de sciences ; citons, entre autres, Pythagore, bien entendu, mais aussi Platon, Aristote, Euclide, Claude Ptolémée, Saint Augustin, Boèce, Cardan, Mersenne, Gassendi, Descartes, Huygens, Leibniz, Sauveur, Euler, J.J. Rousseau, d'Alembert…

❖ J'adopterai grosso modo une présentation historique, des Anciens Grecs jusqu'à la constitution de la gamme occidentale qui nous est familière…
- sans aborder toutes les tentatives qui ont été faites en cette matière
- en simplifiant beaucoup et au prix de certaines approximations ou interprétations personnelles.

I. SON “MUSICAL”

Contrairement à un "bruit", un "son musical" est une **vibration périodique de l'air**.

EXEMPLE DE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE :



Depuis Joseph FOURIER (1768 – 1830), on sait qu'un son musical de fréquence N est décomposable en une ‘somme’ de sons de type sinusoïdal, de fréquences respectives N, 2N, etc.
Ces sons sont appelés les **harmoniques** de rang 1, de rang 2, etc…du son musical.
L'harmonique de rang 1 est appelé **son fondamental**.
Si un son n'a pas d'harmonique de rang supérieur à 1 on dit que c'est un **son pur**, mais un tel son est artificiel, c'est un son produit en laboratoire.

cf Annexes - page 1 : EXEMPLE DE DÉCOMPOSITION…..

Caractéristiques principales d’un son musical:

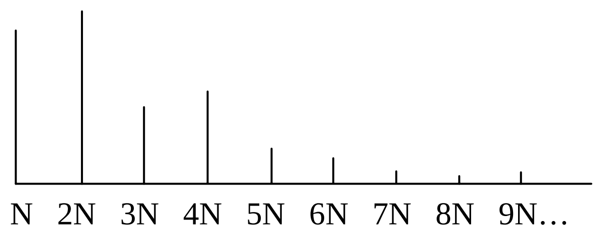
Il s'agit des propriétés d'un son auxquelles l'oreille humaine est sensible :

1°) Hauteur: un son est ressenti comme étant plus ou moins grave, plus ou moins aigu <u>suivant sa fréquence</u> mesurée en hertz (nombre de vibrations par seconde, symbole: Hz), du nom du physicien Heinrich HERTZ (1857 - 1894).
Les sons audibles ont une fréquence comprise approximativement entre 20 Hz et 16000 Hz (ces seuils sont très variables d'un individu à l'autre et dépendent en outre de l'intensité) ; en deçà on a affaire à des **infra-sons**, au-delà à des **ultra-sons**.

La fréquence du "diapason" (la_3) est fixée, depuis 1953, à 440 Hz : c'est la tonalité du téléphone. (la musique baroque, cependant, sonne mieux avec une fréquence plus faible, comme 415 Hz).

2°) **Intensité:** un son est plus ou moins fort suivant son amplitude mesurée en décibels, du nom du physicien Graham BELL (1827 – 1922). Cette notion n'interviendra pas par la suite.

3°) **Timbre:** Les importances relatives des différents harmoniques d'un son, permettent de le différencier d'un autre son ayant la même fréquence.
Le spectre des fréquences caractérise le timbre du son.
C'est grâce à leurs timbres que l'on peut distinguer les voyelles "a", "e", "i", "o", "u" émises sur une même note.



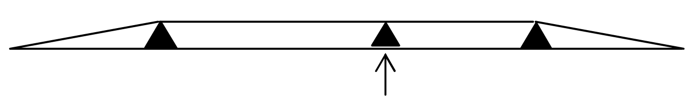
cf Annexes - page 2 : SPECTRE DE TROIS INSTRUMENTS À VENT SUR LA NOTE FA3

Illusions acoustiques :

Signalons, pour clore ce paragraphe, quelques paradoxes acoustiques.
1. Effet Doppler-Fizeau : quand une source sonore se déplace, la fréquence du son perçu par un observateur fixe augmente ou diminue suivant que la source s'éloigne ou se rapproche de lui. Ainsi, un "si" pourra être entendu comme un "do" ou comme un "si bémol".
2. Effet de masque : à l'écoute d'un orchestre, on peut ne pas percevoir certains instruments parmi les moins sonores, bien que le son qu'ils émettent soit bien réel et parvienne à l'oreille.
3. Basse virtuelle : si on supprime le son fondamental dans la suite des harmoniques d'un son de fréquence N, l'oreille ne reçoit donc plus que les fréquences 2N, 3N, etc.; cependant, l'impression sonore est celle d'un son de fréquence N, le cerveau interprétant ce spectre comme celui d'un son ayant cette fréquence (c'est sans doute à cause de l'impossibilité pour un son de fréquence 2N d'avoir des harmoniques de fréquences 3N, 5N, etc.).
De même, malgré la faiblesse du premier harmonique d'un son de hautbois par rapport aux harmoniques 2, 3 et 4, la note est perçue à la hauteur du son fondamental.

II. LE MONOCORDE - LOI DES CORDES VIBRANTES

Pour étudier les sons, les comparer, les définir, on a, pendant plus de vingt-deux siècles, depuis PYTHAGORE (VI^{ième} siècle av. J.C.) jusqu'à Jean-Philippe RAMEAU (1683 – 1764), utilisé le **monocorde** : c'est une corde vibrante tendue entre deux sillets fixes.
À l'aide d'un sillet mobile, on peut isoler une partie de la corde ; on confronte alors la longueur et le son émis par cette partie de corde avec la longueur et le son émis par la corde entière.



(il s'agit ici d'un instrument de laboratoire sans caisse de résonance et sans prétentions artistiques! contrairement à la "gusla" serbo-croate ou au "rebab" arabe, quelquefois à une corde, ou à la "trompette marine" et son "unique cordeau" chère à Guillaume Apollinaire)

L'instrument est tombé en désuétude à partir des découvertes des premiers grands acousticiens qu'ont été le Père Marin MERSENNE (1588 – 1648), René DESCARTES (1596 – 1650) et Joseph SAUVEUR (1653 – 1716) ; on leur doit :
- **la notion de fréquence**
- la loi des cordes vibrantes : la fréquence du son émis par une corde vibrante est, toutes choses égales par ailleurs (tension, masse linéique), inversement proportionnelle à sa longueur.
Les tuyaux sonores, en particulier les tuyaux d'orgue, obéissent à des lois un peu semblables, mais plus complexes (car il faut distinguer les tuyaux ouverts et les tuyaux fermés), auxquelles s'est intéressé Daniel BERNOULLI (1700 – 1782) .

Dans la suite, même lorsqu'il s'agira de musique ancienne, nous adopterons le langage des fréquences et non pas celui des longueurs de cordes.

III. NOTION D'INTERVALLE

Considérons deux sons, simultanés ou consécutifs, de fréquences respectives N_1 et N_2.

• Si $N_1 = N_2$, l'oreille perçoit deux sons de même hauteur, on dit qu'il y a **unisson**.

• Si $N_1 \neq N_2$, l'oreille est sensible au **rapport des fréquences** et non pas à leur différence.
Plus précisément, si deux autres sons, de fréquences N_3 et N_4, vérifient: $N_2/N_1 = N_4/N_3$, les écarts sont perçus comme étant égaux.
On peut en effet en faire l'expérience à la guitare par exemple : on joue une mélodie sur une première corde ; pour jouer la "même" mélodie (plus grave ou plus aiguë) sur une deuxième corde, on est amené à faire vibrer, dans le même ordre, les mêmes longueurs que sur la première corde. C'est donc que les rapports de deux longueurs successives sont les mêmes dans les deux cas, donc leurs inverses aussi, c'est dire que les rapports de fréquences de deux notes successives de la mélodie sont inchangés quand on passe d'une corde à l'autre, l'oreille perçoit le même écart dans les deux cas.
D'où la définition : soient deux sons ayant pour fréquences respectives N_1 et N_2 ($N_2 \geq N_1$).
L'intervalle entre ces deux sons est égal à $\mathbf{\frac{N_2}{N1}}$
Cependant, les comparaisons de rapports nécessitant des réductions au même dénominateur, leur emploi se révèle peu commode.
Or, il revient au même de dire que $N_2/N_1 = N_4/N_3$ ou que $\log N_2 - \log N_1 = \log N_4 - \log N_3$.
Aussi, pour mesurer les intervalles, on utilise le **savart** [Félix SAVART(1791 – 1841)]:
la mesure en savarts de l'intervalle $\frac{N_2}{N1}$ est égale à : $\mathbf{1000\times\log N_2 - 1000\times\log N_1}$ **.**
(le facteur 1000 est introduit pour éviter d'avoir affaire à des résultats trop faibles)
Une oreille humaine, même exercée, n'est pas sensible à une différence inférieure à un savart.

On distingue deux formes d'un intervalle:
- la **forme mélodique :** lorsque les deux sons sont consécutifs
- la **forme harmonique :** lorsque les deux sons sont simultanés.
[BOÈCE (~480 – 524) est sans doute le premier à faire cette distinction, bien que les préoccupations harmoniques n'interviennent guère avant le IX^{ième} siècle ou le X^{ième} siècle et que la notion d'intervalle sous sa forme harmonique ne soit vraiment prise en compte qu'avec l'apparition des premiers "déchants" à deux voix au XI^{ième} siècle]

IV. BATTEMENTS

Quand la différence des fréquences N_1 et N_2 de deux sons est faible (de l'ordre de 10Hz ou 20Hz), l'oreille perçoit des variations d'intensité de fréquence $| N_1 – N_2 |$ appelées **battements**.
cf Annexes - page 3 à 5 : BATTEMENTS ENTRE DEUX SONS FONDAMENTAUX
Ces phénomènes peuvent se produire entre les harmoniques de deux sons.
cf Annexes - page 6 : EXEMPLES DE BATTEMENTS ENTRE HARMONIQUES

V. INTERVALLES MUSICAUX

Les musiciens et les théoriciens de la musique ont défini un grand nombre de notions au sujet des intervalles.

Un intervalle égal à un rationnel est interprétable comme le quotient des fréquences de deux harmoniques d'un même son ; c'est sans doute pour cette raison qu'il est dit **naturel** (dans la pratique, ce sera la plupart du temps un rationnel assez "simple").

Sous leur forme harmonique, certains intervalles naturels sont dits **consonants**, les autres étant **dissonants**, ce terme n'ayant pas nécessairement un caractère péjoratif : les intervalles consonants sont réputés présenter un caractère plus stable en opposition aux intervalles dissonants créant une tension, mais ces notions sont très subjectives et variables suivant les individus, les époques, les cultures, etc.
La rareté des battements entre les harmoniques de deux sons constitutifs d'un intervalle, ou la proportion importante des coïncidences, sont très souvent invoquées pour son aptitude à être considéré comme consonant.
Il est à remarquer que les rencontres sont nombreuses entre les harmoniques de deux sons dont les rapports des fréquences sont de la forme $(n+1)/n$.
- un harmonique sur n d'un son de fréquence $N \times (n+1)/n$ est en coïncidence avec un harmonique d'un son de fréquence N, son premier harmonique en coïncidence étant celui de rang n, la fréquence commune étant égale à $(n+1)N$.
- un harmonique sur n+1 d'un son de fréquence N est en coïncidence avec un harmonique d'un son de fréquence $N\times(n+1)/n$, son premier harmonique en coïncidence étant celui de rang n+1, la fréquence commune étant égale à $(n+1)N$.
par exemple :

un harmonique sur 3 d'un son de fréquence N × 4/3 est en coïncidence avec un harmonique d'un son de fréquence N, son premier harmonique en coïncidence étant celui de rang 3, la fréquence commune étant égale à 4N.
un harmonique sur 4 d'un son de fréquence N est en coïncidence avec un harmonique d'un son de fréquence N × 4/3, son premier harmonique en coïncidence étant celui de rang 4, la fréquence commune étant égale à 4N.
cf Annexes - page 7 : COÏNCIDENCES DES HARMONIQUES …
Certains de ces intervalles se retrouvent sous toutes les latitudes et dans toute l'histoire de la musique, en particulier les intervalles 2/1 , 3/2 , 4/3.
Donnons quelques exemples des intervalles naturels les plus importants :

l'intervalle 1/1 : appelé **unisson**. C'est évidemment l'intervalle le plus simple et qui n'est interprété comme tel que par souci de généralisation.
l'intervalle 2/1 : perçu souvent comme un unisson, surtout dans le cas d'un intervalle harmonique (cas d'un homme et d'une femme chantant le même air).
C'est l'intervalle entre le son donné par une corde vibrante et celui donné par la moitié de la corde. La "voix de tête" utilisée par les hautes-contre ou les sopranistes est obtenue par doublement de la fréquence de la corde vocale.
l'intervalle 3/2 et l'intervalle 4/3 : certaines personnes s'introduisant dans un groupe vocal à l'unisson, chantent, sans quelquefois s'en rendre compte, avec un décalage vers le haut ou vers le bas, égal à l'un de ces intervalles.
D'ailleurs, les premières polyphonies médiévales, ou certaines musiques asiatiques entre autres, pratiquent couramment et consciemment ce 'parallélisme'.
L'intervalle entre le son donné par une corde vibrante et celui donné par les 2/3 de la corde est égal à 3/2.
L'intervalle entre le son donné par les 2/3 de la corde et celui donné par la moitié de la corde est égal à 4/3.
l'intervalle 5/4 : dans l'histoire de la musique occidentale, cet intervalle, sous sa forme harmonique, a connu des fortunes diverses: plus au moins interdit, sauf entre notes 'de passage' au Moyen Âge, il est devenu ensuite, jusqu'au XIX$^{\text{ième}}$ siècle, un élément essentiel de l'harmonie.
autres intervalles classiques : l'intervalle 6/5, les intervalles 9/8 et 10/9, les intervalles 5/3 et 8/5, et bien d'autres ! (cf paragraphes ultérieurs)

Remarque : Chacun de ces intervalles est quelquefois égal, ou d'autres fois presque égal, à un intervalle entre deux notes des échelles dites "diatoniques" qui seront présentées plus loin (comme par exemple, avec les notes appelées do, ré, mi, fa, sol, la, si, DO, RÉ, MI, FA, etc.).
C'est pourquoi, ils ont reçu les appellations suivantes, consacrées par l'usage:
2/1: octave (depuis une note de fréquence N jusqu'à la note de fréquence 2N on compte 8 notes; exemple: d'un do au DO qui suit, d'un ré au RÉ qui suit, etc.)
3/2: quinte (on compte 5 notes; exemple: d'un do au sol qui suit)
4/3: quarte (on compte 4 notes; exemple: d'un do au fa qui suit)
5/4: tierce majeure (on compte 3 notes; exemple: d'un do au mi qui suit) } deux intervalles
6/5: tierce mineure (on compte 3 notes; exemple: d'un la au DO qui suit) } différents
5/3: sixte majeure (on compte 6 notes; exemple: d'un do au la qui suit) } deux intervalles
8/5: sixte mineure (on compte 6 notes; exemple: d'un mi au DO qui suit) } différents
9/8, 10/9, 16/15, 256/243 : secondes diverses cf plus loin, §VII et §XII.

VI. GAMMES ET ÉCHELLES

Gamme, échelle, mode, système, tempérament, tonalité, série, etc., l'histoire de la musique a connu, au sujet de la définition des sons et de leur ordonnancement, un fourmillement de concepts plus ou moins complexes et dont la signification a varié suivant les pays, les époques ou les auteurs.

Nous nous intéresserons surtout ici aux notions de **gamme** et **d'échelle**, conçues comme des suites de sons (**notes**), définis par des fréquences dans un ordre que nous choisirons croissant.

• Nous considérerons qu'une <u>gamme</u> est constituée d'une note de base, de fréquence N, et de notes dont les fréquences sont strictement comprises entre N et 2N.

Toutefois, on ajoute souvent à ces notes celle de fréquence 2N.

• En prolongeant une gamme vers l'aigu (entre les fréquences 2N et 4N, 4N et 8N, etc.) ou vers le grave (entre les fréquences N/2 et N, N/4 et N/2, etc.), par translation des intervalles, on obtient ce que nous appellerons une <u>échelle</u> de notes plus ou moins étendue (cf par exemple l'échelle des notes données par les touches blanches d'un piano, ou l'échelle donnée par toutes les touches)

• On peut aussi bien définir une échelle à partir d'une gamme donnée que définir une gamme par restriction d'une échelle à une octave.

• Nous parlerons, dans les paragraphes qui suivent, des gammes les plus importantes qu'a connues la musique occidentale. La présentation que nous adopterons ne sera pas toujours exactement conforme à l'histoire, mais elle ne trahira pas l'essentiel.

VII. GAMME “DE PYTHAGORE” OU “DES VIOLONISTES”

Pythagore n'est sans doute pas le créateur de cette gamme mais il en a, le premier, donné une définition précise à l'aide du monocorde.

La gamme de Pythagore et l'échelle qu'elle engendre ont pratiquement été les seules utilisées en Occident jusqu'à la Renaissance.

Il s'agit d'une gamme <u>heptatonique</u>, c'est-à-dire constituée de 7 notes : il y en a donc 6 entre les fréquences N et 2N.

<u>Pourquoi 7 et seulement 7 ?</u> C'est, bien sûr, le nombre de la plénitude chez les Anciens qui, en outre, attribuaient une note à chacun des 7 corps célestes connus à cette époque, la Terre exclue ; il y avait le Soleil (supposé donner notre la), la Lune (ré), Mars (sol), Mercure (do), Jupiter (fa), Vénus (si) et Saturne (mi) [c'est la théorie de « l'Harmonie des sphères », en vigueur depuis Platon (v. 428 av. J.C. – v. 348 av. J.C.) jusqu'à Boèce (480 – 524)].

CONSTRUCTION DE CETTE GAMME :

Les rapports 2/1 (octave), 3/2 (quinte) et 4/3 (quarte) sont à la base de cette construction. Les 6 notes entre la fréquence N et la fréquence 2N sont obtenues suivant l'enchaînement:

$N\times(3/2)=\mathbf{3N/2}$

$\rightarrow(3N/2):(4/3)=\mathbf{9N/8}$

$\rightarrow(9N/8)\times(3/2)=\mathbf{27N/16}$

$\rightarrow(27N/16):(4/3)= \mathbf{81N/64}$

$\rightarrow(81N/64)\times(3/2)= \mathbf{243N/128}$

$\rightarrow(243N/128):(4/3)=\mathbf{729N/512}$

c’est-à-dire, en alternant *augmentation d’une quinte – diminution d’une quarte*, à partir du son de fréquence N, ce qui revient à augmenter chaque fois d’une quinte, mais en ramenant dans la fourchette [N ; 2N] en cas de dépassement, selon le schéma:

N×(3/2)=**3N/2**
→(3N/2)×(3/2)=9N/4
→ (9N/4):2=**9N/8**
→(9N/8)×(3/2)=**27N/16**
→(27N/16)×(3/2)=81N/32
→ (81N/32):2=**81N/64**
→(81N/64)×(3/2)= **243N/128**
→(243N/128)×(3/2)=729N/256
→ (729N/256):2=**729N/512**

Les 8 fréquences de cette octave sont donc, dans l'ordre croissant:

N 9N/8 81N/64 729N/512 3N/2 27N/16 243N/128 2N

Dans le schéma précédent, les longueurs des sept segments en pointillés représentent les mesures des intervalles en savarts. En effet: les intervalles entre les notes sont les suivants:

	9/8	9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	256/243
en savarts:	51,15…	51,15…	51,15 …	22,63…	51,15…	51,15…	22,63…

Il n'y a donc que deux types d'intervalles :
- l’intervalle 9/8 appelé **seconde majeure pythagoricienne** ou **ton pythagoricien**.
- l’intervalle 256/243 appelé **limma** ou **seconde mineure pythagoricienne** ou un peu abusivement **demi-ton pythagoricien**, bien que 51,15 > 2×22,63 [$9/8 > (256/243)^2$].

On caractérise la structure de cette gamme par la succession des intervalles de ton (T) ou de demi-ton (t), sous la forme:

T T T t T T t

On prolonge à gauche ou à droite aussi loin que le permettent les instruments ou la voix:

… t T T t **T T T t T T t** T T T t T T…

Ce partage **en ton et demi-ton** confère à cette échelle de notes son caractère **diatonique** (du nom d’un des trois ‘genres mélodiques’ grecs).

En choisissant des séquences de 7 intervalles consécutifs, distinctes de la séquence précédente on détermine d’autres **modes** (cf § VIII), comme T T t T T T t ou bien T t T T t T T .

… t T T t T T T t T T t T T T t T T…

On reconnaît dans ces deux exemples les suites des intervalles qui caractériseront nos gammes heptatoniques occidentales de mode majeur et de mode mineur et dont nous reparlerons plus loin (aux nuances près entre les valeurs des tons et des demi-tons d'une époque à l'autre) :

- gamme de **mode majeur**, comme celle de do majeur

do	ré	mi	fa	sol	la	si	DO
N	9N/8	81N/64	4N/3	3N/2	27N/16	243N/128	2N

- gamme de **mode mineur***, comme celle de la mineur

la	si	DO	RÉ	MI	FA	SOL	LA
N	9N/8	32N/27	4N/3	3N/2	128N/81	16N/9	2N

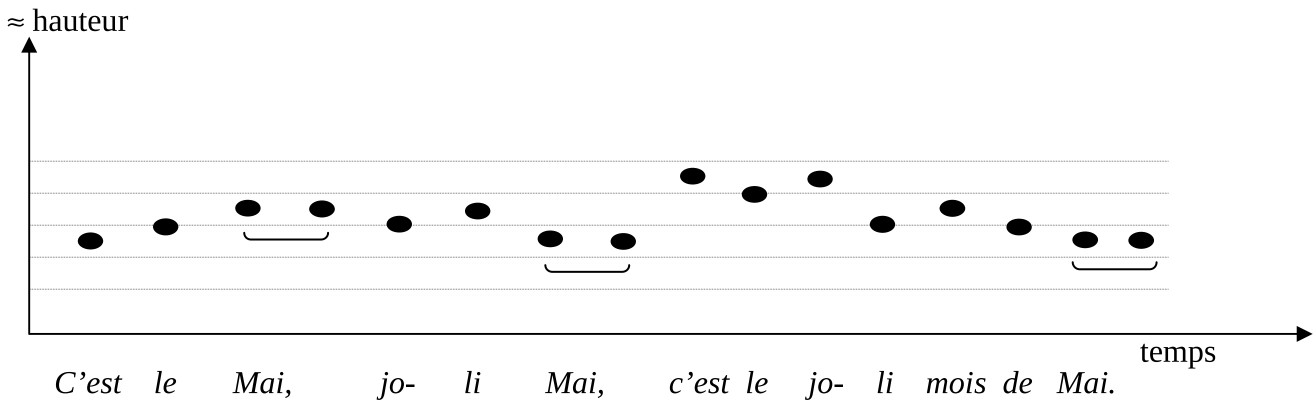
(pour simplifier, la fréquence de la note de base est désignée par la même lettre N dans tous ces schémas ; en réalité, la fréquence du do de la gamme de mode majeur ci-dessus et celle du la de la gamme de mode mineur correspondent respectivement aux fréquences 3N/2 et 81N/64 de la gamme construite précédemment)

Remarques:
1. Dans les deux gammes précédentes :
• la 4^{ième} note partage l'octave en une quarte suivie d'une quinte
• la 5^{ième} note partage l'octave en une quinte suivie d'une quarte
• 3N/2 est la moyenne arithmétique de N et 2N
4N/3 est la moyenne harmonique de N et 2N
2. Dans l' échelle de Pythagore, les notes extrêmes d'une suite de 5 (resp. 4) notes consécutives sont toujours séparées par un intervalle d'une quinte de valeur 3/2 (resp. une quarte de valeur 4/3) exception faite du **triton** T T T comme entre fa et si (resp. du **renversement du triton** t T T t comme entre si et FA), ces intervalles étant qualifiés de "diabolus in musica" au Moyen Âge.
3. Les Grecs désignaient les notes par des lettres.
Au Moyen Âge, ce sont les lettres latines qui ont pris le relais : pour l'octave la plus grave (du la$_1$ au sol$_2$ actuels), on utilisait les lettres majuscules de A à G, ensuite, venaient les minuscules de a à g et enfin les notes les plus aiguës notées aa, bb, etc.
Le besoin d'une note plus grave que A, notre sol$_1$, entraîna l'introduction du Γ (le G grec) d'où provient le mot "gamme", la note Γ constituant la base de l'édifice à cette époque.
4. L'emploi de lettres s'est maintenu dans les pays germaniques et anglo-saxons (avec une différence pour le si noté H par les premiers et B par les seconds).
Dans les pays latins, on utilise do, ré, mi, etc. dont les origines sont diverses :
• Guido d'AREZZO (v. 995 – v. 1050) utilise, pour désigner les six notes constituant un 'hexacorde', les premières syllabes des vers de l'hymne à Saint Jean:
*"**Ut** queant laxis **Re**sonare fibris **Mi**ra gestorum **Fa**muli tuorum **Sol**ve poluti **La**bii reatum…"*
cf Annexes - page 8

* Plus précisément, les notes sont celles du mode qualifié classiquement de "mineur mélodique descendant"

• "**si**" apparaît au XVIIième siècle avec la division des échelles en octaves (peut-être cette syllabe a-t-elle été formée à partir de **S**ancte **I**oannes, mais la note de l'hymne ne correspond pas à "si").
• Au XVIIIième siècle, en France (mais bien plus tôt en Italie), "ut" est remplacé par "**do**", plus facile à prononcer.

C'est ce même Gui d'Arezzo auquel on doit l'adoption systématique de la portée musicale, qui est une espèce de représentation graphique de la suite des notes d'une mélodie



5. Basées sur le même principe de construction que l'échelle de Pythagore, d'autres échelles ont vu le jour au cours des siècles.
Par exemple, **la gamme dite "chinoise"** : on arrête le processus d'insertion entre les fréquences N et 2N, une fois obtenue la 4ième note :
ce qui donne les fréquences :

N 9N/8 81N/64 3N/2 27N/16 2N

et les intervalles :

9/8 9/8 32/27 9/8 32/27

51,15… 51,15… 73,786… 51,15… 73,786…

c'est-à-dire la succession : T T θ T θ sans demi-ton, dans laquelle θ représente l'intervalle T×t (tierce mineure pythagoricienne)
Cette gamme engendre une échelle du type … T T θ T θ T T θ T θ T T θ T …
C'est une échelle très fréquente dans la musique chinoise, certes, mais aussi dans la musique africaine, la musique celte, les negro-spirituals, etc.

(L'échelle déterminée par les seules touches noires du piano est du même type, aux nuances près existant entre les échelles utilisées pour les claviers: cf § XII et XIV)

VIII. MODES MÉLODIQUES

La notion de **mode** est trop complexe et multiple pour être expliquée en détail ici (le musicologue Jacques CHAILLEY traite le sujet sous le titre "l'imbroglio des modes" !). Même en se limitant à la musique occidentale, il faudrait considérer :
- les modes grecs et leurs trois genres (diatonique, chromatique, enharmonique)
- les modes byzantins et les modes grégoriens
- les modes définis à la Renaissance et les modes "naturels" modernes
- la tonalité, de 1680 à 1860 environ, limitée à deux modes
- le retour progressif des modes anciens aux XIX$^{\text{ième}}$ et XX$^{\text{ième}}$ siècles
- l'emploi de modes nouveaux ou exotiques.

Contentons-nous de donner quelques précisions sur les **modes naturels** et les **modes grégoriens**.

MODES "NATURELS"

Les modes majeurs et mineurs qui nous sont familiers et auxquels il a été fait allusion au paragraphe précédent et dont on reparlera au paragraphe XIII, sont à considérer comme deux cas particuliers de 7 modes désignés aujourd'hui sous le nom de **modes diatoniques ou naturels** et qui nous viennent des modes grecs "du genre diatonique".
De quoi s'agit-il ?
Pour simplifier, on peut résumer la question en disant que chacune des gammes :

do - ré - mi - fa - sol - la - si - DO
ré - mi - fa - sol - la - si - DO - RÉ
mi - fa - sol - la - si - DO - RÉ - MI
fa - sol - la - si - DO - RÉ - MI - FA
sol - la - si - DO - RÉ - MI - FA - SOL
la - si - DO - RÉ - MI - FA - SOL - LA
si - DO - RÉ - MI - FA - SOL - LA - SI

caractérise un de ces modes. Le tableau ci-dessous indique la terminologie grecque et celle, erronée, définie à la Renaissance et qui s'est maintenue par la suite (Beethoven parle ainsi de mode lydien, à propos de l'Adagio de son XV$^{\text{ième}}$ quatuor à cordes) :

Mode de :	noms grecs anciens	Suite d'intervalles	Suite de notes type	noms modernes
do	lydien	T T t **T** T T t	do ré mi fa / sol la si DO	ionien
ré	phrygien	T t T **T** T t T	ré mi fa sol / la si DO RÉ	dorien
mi	dorien	t T T **T** t T T	mi fa sol la / si DO RÉ MI	phrygien
fa	hypolydien	T T T **t** T T t	fa sol la si / DO RÉ MI FA	lydien
sol	hypophrygien	T T t **T** T t T	sol la si DO / RÉ MI FA SOL	mixolydien
la	hypodorien	T t T **T** t T T	la si DO RÉ / MI FA SOL LA	éolien
si	mixolydien	t T T **t** T T T	si DO RÉ MI / FA SOL LA SI	locrien

Ils étaient considérés comme constitués de deux "tétracordes" disjoints, séparés par un ton (dans le cas des modes de do, de ré, de mi, de sol et de la) ou par un demi-ton (modes de fa et de si).
Pour nos oreilles "modernes", la première note du mode, celle qui lui donne son nom, représente le repos et, la plupart du temps, la note finale de la mélodie. Ce sera la notion de "tonique" en musique "tonale".

MODES GRÉGORIENS

Ces modes, définis par les théoriciens du Moyen Âge postérieurement à la composition de nombreuses pièces, proviennent, via les modes byzantins, des modes grecs de ré, mi, fa et sol, chacun de ses 4 modes engendrant une forme **authente** (un pentacorde suivi d'un tétracorde conjoint) et une forme **plagale** (un tétracorde suivi d'un pentacorde conjoint). Dans les deux cas, la note finale est la première note du pentacorde.

Nom	ou encore:	forme	Suite d'intervalles	Suite de notes type
1ier mode	dorien	authente	T t T T / T t T	ré mi fa sol la / la si DO RÉ
2ième mode	*hypodorien*	*plagale*	*T t T / T t T T*	*la si DO RÉ / RÉ MI FA SOL LA*
3ième mode	phrygien	authente	t T T T / t T T	mi fa sol la si / si DO RÉ MI
4ième mode	*hypophrygien*	*plagale*	*t T T / t T T T*	*si DO RÉ MI / MI FA SOL LA SI*
5ième mode	lydien	authente	T T T t / T T t	fa sol la si DO / DO RÉ MI FA
6ième mode	*hypolydien*	*plagale*	*T T t / T T T t*	*do ré mi fa / fa sol la si DO*
7ième mode	mixolydien	authente	T T t T / T t T	sol la si DO RÉ / RÉ MI FA SOL
8ième mode	*hypomixolidien*	*plagale*	*T t T / T T t T*	*ré mi fa sol / sol la si DO RÉ*

(le répertoire grégorien s'est constitué entre le IVième et le VIIIième siècle : le chant grégorien fait partie du "plain-chant") **:**

IX. LE PROBLÈME DES NOTES INTERMÉDIAIRES

♦ La musique de l'ancienne Grèce connaissait, outre le "genre diatonique" dont sont issus les modes vus plus haut, un "genre chromatique" et un "genre enharmonique" dont les intervalles étaient plus subtils ; le Moyen Âge ignorait ou n'utilisait pas ces deux derniers genres.
Cependant, les interprêtes ne se privaient pas d'introduire passagèrement des sons compris entre deux notes de la gamme diatonique, sans pour autant modifier le mode. Ces altérations étaient chantées ou jouées mais non écrites, on les appelait des "feintes" (la *Musica ficta* s'opposant alors à la *Musica recta*).

♦ L'introduction de notes intermédiaires s'est imposée pour une autre raison. Lorsqu'il s'agit de jouer une pièce dont la partition est trop grave ou trop aiguë, on fait une **transposition** (décalage vers le haut ou vers le bas) mais alors, il devient nécessaire de modifier légèrement certaines notes : les **dièses** (respectivement, les **bémols**) ont pour fonction d'augmenter (resp. diminuer) la note, à laquelle ils sont affectés, d'un **demi-ton chromatique** (la note conserve son nom suivi d'une altération), appelé **apotomé** dans la gamme de Pythagore. cf Annexes - page 9

Quelle est la valeur de l'apotomé ?
Cet intervalle est celui, par exemple, de fa à fa# ; or, celui de mi à fa est le limma (t = 256/243) et celui de mi à fa# est le ton pythagoricien (T = 9/8), donc T = t × apotomé et par conséquent, l'apotomé est égal à :

$$T/t = \mathbf{(9/8) / (256 / 243) = 3^7 / 2^{11} = 2\,187 / 2\,048} \quad \text{(28,519 savarts)}$$

Ce n'est qu'au XVI$^{\text{ième}}$ siècle que les accidents acquirent leur statut définitif
Remarque : Toutefois, le si bémol est apparu très tôt en chant grégorien (transformant ainsi le 1$^{\text{ier}}$ mode en "mode de la transposé", avec la suite d'intervalles : T t T T t T T).

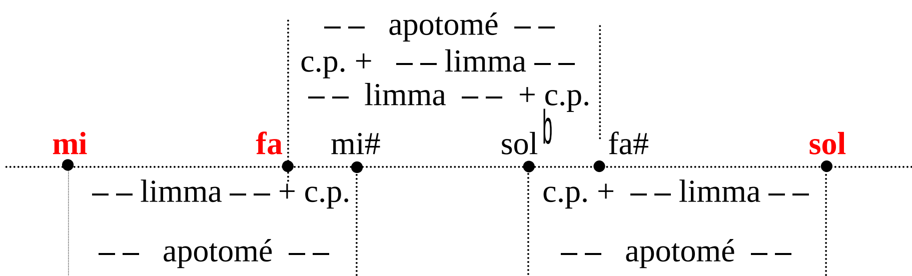
¤ À partir de fa, on peut obtenir, par quintes ascendantes (augmentation de 3 tons et d'un demi-ton diatonique) ou quartes descendantes (diminution de 2 tons et d'un demi-ton diatonique), toutes les notes de la gamme de Pythagore, dans l'ordre fa, do, sol, ré, la, mi et si, à une octave près.
En continuant suivant le même principe, on introduit ainsi fa#, do#, sol#, ré#, la#, mi# et si#.
(au-delà, on obtiendrait fa##, do##, sol##, etc.)

¤ En partant de si, mais en opérant alors par quintes descendantes ou quartes ascendantes, on aura successivement: si, mi, la ré, sol, do et fa, et puis : si♭, mi♭, la♭, ré♭, sol♭, do♭ et fa♭.
(au-delà, si♭♭, mi♭♭, la♭♭, etc.)

X. LE COMMA PYTHAGORICIEN. LA SPIRALE DES QUINTES

• un do# est plus haut qu'un ré♭, un ré# est plus haut qu'un mi♭, etc.,

L'intervalle entre deux telles notes est le **comma pythagoricien**.
D'un mi, par exemple, à un sol de la même octave, la situation peut se résumer avec le schéma suivant :



Dans un intervalle de 9/8 on compte donc deux limmas et un comma pythagoricien ; on en déduit la valeur de ce comma :

$$(9/8)/(\text{limma})^2 = \mathbf{3^{12} / 2^{19} = 531\,441 / 524\,288} \quad \text{(5,885 savarts)}$$

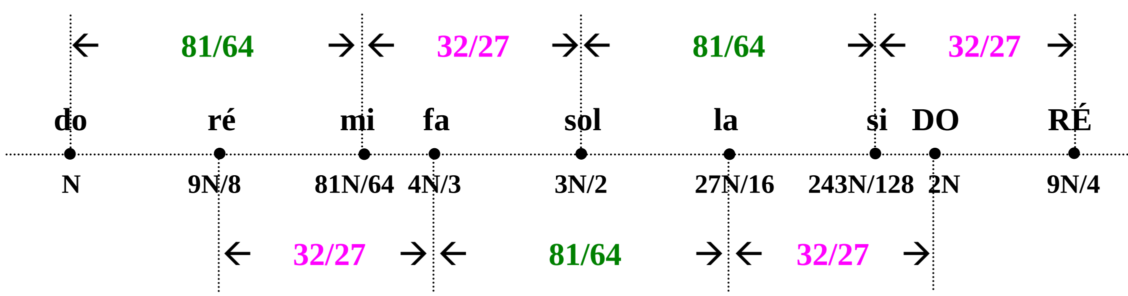
• On retrouve le comma pythagoricien dans la **spirale des quintes** :
Considérons la série des quintes successives à partir de fa_1 :

fa_1 do_2 sol_2 $ré_3$ la_3 mi_4 si_4 $fa\#_5$ $do\#_6$ $sol\#_6$ $ré\#_7$ $la\#_7$ $mi\#_8$

Si N est la fréquence de fa_1 , alors, celle de $mi\#_8$ est égale à $N\times(3/2)^{12}$ alors que la fréquence de fa_8 est égale à $N\times2^7$ nombre inférieur au précédent ; le quotient de ces deux fréquences est égal au comma pythagoricien.
On parle de "spirale des quintes" car on ne "boucle" jamais : partant par exemple d'un fa, les quintes successives n'atteindront jamais un autre fa.

XI. ESSOR DE LA POLYPHONIE

On peut dater les origines de la polyphonie de la fin du IX^ième^ siècle, avec les premiers organums et déchants ; progressivement, le langage harmonique va évoluer, prendre corps et s'enrichir.
❖ Les **tierces** majeures et mineures vont finir par obtenir droit de cité et même devenir d'une importance capitale.
Mais, dans la gamme de Pythagore, ces tierces ne sont pas des intervalles très simples ni très consonants :
- la **tierce majeure pythagoricienne 81/64** (ton + ton : do-mi, fa-la, sol-si) est supérieure à l'intervalle naturel **5/4** (appelé ultérieurement **tierce majeure naturelle**) et qui exerce une attirance sous sa forme harmonique.
- la **tierce mineure pythagoricienne 32/27** (ton + demi-ton : ré-fa, mi-sol, la-DO, si-RÉ) est inférieure à l'intervalle naturel **6/5** (appelé ultérieurement **tierce mineure naturelle**) et qui exerce une attirance analogue.

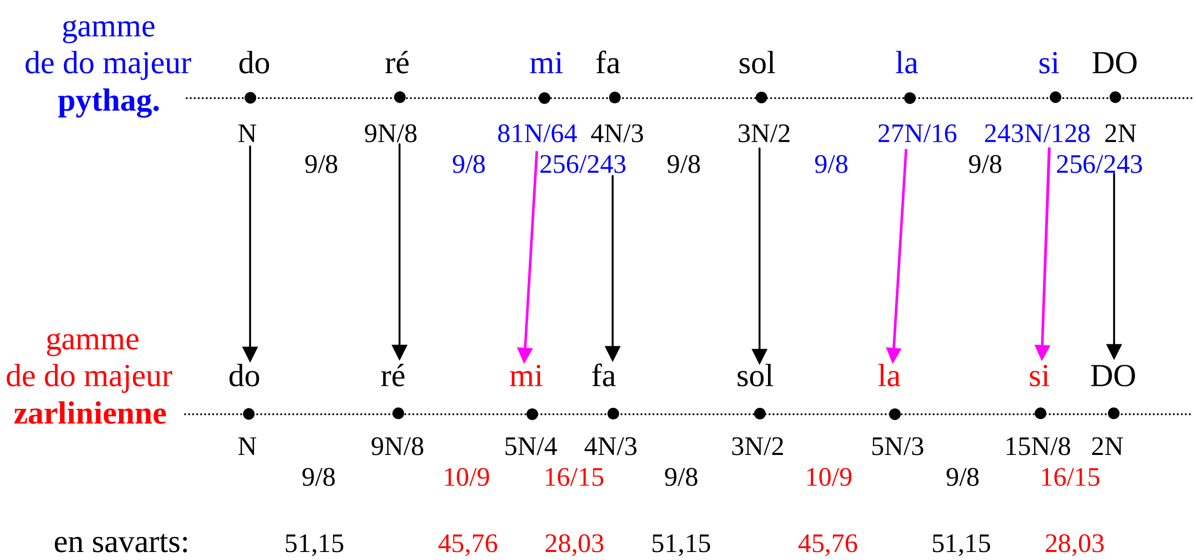


Le rapport entre la tierce majeure pythagoricienne et la tierce majeure naturelle est égal à (81/64):(5/4) = **81/80**. Cet intervalle (appelé **comma syntonique**) a une mesure en savarts supérieure à 5; cet écart n'est donc pas négligeable.
De même, l'intervalle entre la tierce mineure naturelle et la tierce mineure pythagoricienne est égal à (6/5):(32/27) = 81/80.
❖ Trois notes simultanées, ou plus, constituent un **accord**, qu'on décrit toujours du grave vers l'aigu. Cette entité est restée longtemps ignorée pendant quasiment tout le Moyen Âge qui ne considérait que les intervalles de deux notes, même dans les pièces à 3 ou 4 voix.
C'est vers la fin du XV^ième^ siècle qu'ont pris corps les notions d'accord parfait majeur et, à un degré moindre, celle d'accord parfait mineur :

- un **accord parfait majeur** est obtenu par la superposition de trois notes: la première et la deuxième formant une tierce majeure, la deuxième et la troisième une tierce mineure.
- un **accord parfait mineur** est obtenu par la superposition de trois notes: la première et la deuxième formant une tierce mineure, la deuxième et la troisième une tierce majeure.
Dans les deux cas, la première et la troisième forment une quinte: (5/4)×(6/5) = 3/2 .

XII. GAMME “DE ZARLINO (1517 - 1590)”

Dans la gamme pythagoricienne do – ré – mi – fa – sol – la – si – DO, il suffit d'abaisser d'un comma syntonique le mi, le la et le si pour convertir les tierces do-mi, fa-la et sol-si en tierces majeures naturelles et les tierces mi-sol, la-DO et si-RÉ en tierces mineures naturelles.
C'est ainsi qu'est construite la gamme de Gioseffo ZARLINO :



Cette gamme est constitué d'intervalles de trois sortes :

• le nouvel intervalle **10/9** , appelé **ton mineur**, par opposition à :
• l'intervalle **9/8**, (ton pythagoricien), qui prend alors le nom de **ton majeur**.
• quant à l'intervalle **16/15**, c'est le **demi-ton diatonique**. ou la **seconde mineure zarlinienne**

Remarques : **1**. La tierce mineure ré-fa n'est pas naturelle mais pythagoricienne (32/27).
2. Les six premiers harmoniques d’un do de fréquence N (par exemple do_1), coïncident (à une octave près) avec les notes de l'accord de do majeur de la gamme de Zarlino :

N	2N	3N	4N	5N	6N
do_1	do_2	sol_2	do_3	mi_3	sol_3

En particulier, **les harmoniques 4, 5 et 6 forment l'accord complet** et sans renversement (c'est-à-dire dans l'ordre croissant). Jean-Philippe RAMEAU invoquait cette propriété pour souligner la primauté de l'accord parfait majeur d'autant plus que la même remarque peut être faite à partir d'un fa de fréquence P ou d'un sol de fréquence Q :

P	2P	3P	4P	5P	6P
fa_1	fa_2	do_3	fa_3	la_3	do_4

Q	2Q	3Q	4Q	5Q	6Q
sol_1	sol_2	$ré_3$	sol_3	si_3	$ré_4$

3. Analogie entre accords parfaits majeur et mineur
- rôles symétriques des tierces mineures et majeures
- suite arithmétique des fréquences des notes de l'accord majeur
  suite harmonique des fréquences des notes de l'accord mineur
- la tierce majeure (resp. mineure) au sein de l'accord joue un rôle semblable à la quinte (resp. la quarte) dans l'octave

4. Comparaison de la gamme de Pythagore et de la gamme de Zarlino :
- la gamme de Pythagore est inadaptée à l'harmonie mais performante sur le plan mélodique ; c'est pour cela qu'elle est dite "gamme des violonistes".
- la gamme de Zarlino est intéressante pour une musique valorisant la consonance ; elle est dite "gamme des physiciens".

5. Les transpositions sont très incommodes dans l'échelle zarlinienne cf Annexes - page 10

XIII. LE TRIOMPHE DES MODES "MAJEURS" et "MINEURS" ET DE LA TONALITÉ

- En Occident, **les gammes de mode majeur** (mode de do)
  et **de mode mineur** (mode de la ou mode de la modifié)

ont progressivement occupé le terrain au détriment des autres modes, dès la fin de la Renaissance. La première note d'une gamme majeure ou mineure pourrait être théoriquement l'une quelconque des notes do, ré ♭, do#, ré, etc. Mais les gammes nécessitant trop d'accidents (dièses ou bémols) sont inutilisables dans les échelles pythagoriciennes et surtout zarliniennes.

- Chanter, jouer, en utilisant les notes d'une gamme, c'est se placer dans une **tonalité** (de do majeur, de do mineur, de do# majeur, de do# mineur, etc.).

Exception faite des tonalités de do majeur et de la mineur, une partition comporte une **armure** en début de portée - "à la clef" – qui indique les accidents caractéristiques de la tonalité dans laquelle la musique est écrite cf Annexes - page 11.
Une tonalité majeure et une tonalité mineure de même armure sont dites **relatives** l'une de l'autre; exemples : do majeur et la mineur, ou la majeur et fa# mineur.

- Parallèlement **les accords parfaits majeurs et mineurs** sont devenus des piliers de la composition polyphonique.

Dans une tonalité majeure (resp. mineure), les trois accords fondamentaux sont :
- l 'accord parfait majeur (resp. mineur) basé sur le 1^{ier} degré (la **tonique**) de la gamme,
- l 'accord parfait majeur (resp. mineur) basé sur le 5^{ième} degré (la **dominante**) ,
- l 'accord parfait majeur (resp. mineur) basé sur le 4^{ième} degré (la **sous-dominante**).

[Cependant, dans une tonalité majeure, l'accord sur la sous-dominante est bien souvent majeur ; ceci s'explique par l'attirance qu'exerce le 8^{ième} degré de la gamme sur le 7^{ième} : par exemple, dans la gamme de la mineur la-si-DO-RÉ-MI-FA-SOL-LA, le SOL se voit souvent transformé en SOL# , on est alors en présence du "mode mineur harmonique"].
Ainsi, dans la tonalité de do majeur, ces 3 accords sont : do-mi-sol, sol-si-ré et fa-la-do.
en la mineur : la-do-mi, mi-sol-si (ou souvent mi-sol#-si) et ré-fa-la
en sol majeur : sol-si-ré, ré-fa#-la et do-mi-sol
en mi mineur : mi-sol-si, si-ré-fa (ou souvent si-ré#-fa) et la-do-mi
en fa majeur : fa-la-do, do-mi-sol et si ♭-ré-fa
en ré mineur : ré-fa-la, la-do-mi (ou souvent la-do#-mi) sol-si ♭ -ré.
etc.
Une multitude d'autres accords ont obtenus un statut officiel au sein de l'**harmonie** qui est devenue une discipline à part entière :
- accords de septième de dominante (exemple : sol-si-RÉ-FA)
- accords de septième de sensible (exemple : si-RÉ-FA-LA)
- accords de septième diminuée (exemple : sol#-si-RÉ-FA)
- accords de 6^{ième}, de 9^{ième}
- etc.

❑ L'élargissement de la gamme diatonique (qu'elle soit de Pythagore ou de Zarlino) avec les notes intermédiaires, permet des transpositions et des **modulations** qui réalisent le passage, plus ou moins brusque, d'une tonalité à une autre :
- soit en changeant de tonique sans changer de mode
- soit en changeant de mode sans changer de tonique
- soit en changeant de mode et de tonique

❑ Le règne de la **tonalité** dont Jean-Philippe RAMEAU (1683-1764) peut être considéré comme le le théoricien et le chantre, s'est exercé depuis l'âge baroque jusqu'à la deuxième moitié du XIX^{ième} siècle. Quelle qu'en soit la raison, il faut reconnaître que cette exclusivité a coïncidé avec une véritable explosion de la création musicale et que durant cette période un nombre impressionnant de chefs-d'œuvre ont vu le jour. Quelle efficacité! Quelle fécondité!
Il est à noter que, malgré l'abandon progressif de la tonalité après la période romantique, son influence est restée à peu près intacte au sein :
- des musiques folkloriques, populaires, militaires, publicitaires, révolutionnaires,
- de la variété,
- de la musique de guinguette ou de bastringue,
- du jazz, du blues, du rock,
- de la musique de film, etc.
Tout cet univers n'a pas nécessairement conscience de bénéficier de l'héritage de Rameau !

❑ <u>Mais la multiplicité des accidents (cf §IX, X et XII) crée de grosses difficultés</u> pour l'écriture musicale et pour l'exécution par les instruments, surtout les instruments à sons fixes.
Pour cette raison, <u>l'emploi des tonalités se voit limité</u> alors que les musiciens ont tendance à utiliser une palette élargie permettant toutes les modulations.

XIV. GAMMES CHROMATIQUES TEMPÉRÉES

Pour pallier les inconvénients des gammes précédentes, plusieurs "tempéraments" ont été proposés. Nous n'en citerons que deux, en commençant par le plus radical.

GAMME DITE "DE J.S. BACH (1685-1750)" OU "AU TEMPÉRAMENT ÉGAL"

Cette gamme qui n'est pas de J.S. BACH, qui n'est pas non plus exactement celle qu'il utilisa quand il écrivit son "Clavecin bien tempéré", a été préconisée par Andreas WERCKMEISTER (1646 – 1706) et complètement définie par Johann Philipp KIRNBERGER (1721 – 1783).
On pourrait l'appeler "gamme des mathématiciens", car elle repose sur une suite géométrique.
C'est désormais la gamme la plus utilisée en Occident.
Il s'agit d'une <u>gamme chromatique</u> comportant <u>12 'demi-tons' égaux</u> ; elle est donc constituée de 13 notes, en comptant la note de base et la note de fréquence double.
En extrayant les degrés 1, 3, 5, 6, 8, 10, 12 et 13 (pour boucler l'octave), on obtient une <u>gamme heptatonique diatonique</u> qu'il sera intéressant de comparer à celles de Pythagore et de Zarlino.

• Recherchons d'abord la valeur des intervalles de la gamme chromatique.
Soit t la valeur cherchée; on a donc: $t^{12} = 2$,
c'est-à-dire que t est la racine douzième de 2: $t = \sqrt[12]{2}$
ou encore t = 1,059463…

Ceci permet de déterminer les positions des frettes du manche de la guitare par exemple.

Les cordes de la harpe ou du piano, dans un intervalle où elles sont d'un même diamètre, évoquent la courbe représentative d'une fonction exponentielle. cf Annexes - pages 12 et 13

Toutes les quintes (7 demi-tons) sont égales à: $t^7 = 1{,}4983\ldots < 1{,}5$
toutes les quartes (5 demi-tons) sont égales à: $t^5 = 1{,}3348\ldots > 1{,}3333\ldots$
les tierces majeures (4 demi-tons) sont égales à: $t^4 = 1{,}2599\ldots > 1{,}25$
les tierces mineures (3 demi-tons) sont égales à: $t^3 = 1{,}1892\ldots < 1{,}2$ etc.

• Représentons cette gamme avec ses 12+1 notes et ses 12 intervalles:

do		do#		ré		ré#		mi		fa		fa#		sol		sol#		la		la#		si		DO
	t		t		t		t		t		t		t		t		t		t		t		t	

et la gamme diatonique qui en est extraite:

	do		ré		mi		fa		sol		la		si		DO
		t^2		t^2		t		t^2		t^2		t^2		t	
en savarts:		50,172		50,172		25,086		50,172		50,172		50,172		25,086	

cf Annexes - page 14 et 15 : INTERVALLES ENTRE NOTES DES ÉCHELLES DE PYTHAGORE, DE ZARLINO ET DU TEMPÉRAMENT ÉGAL
pages 16 à 18 : CLASSIFICATION DES INTERVALLES ENTRE NOTES DES TROIS ÉCHELLES
pages 19 à 22 : TABLEAU DES PRINCIPAUX INTERVALLES CONCERNANT CES TROIS ÉCHELLES
page 23 : COMPARAISON GRAPHIQUE

• Les avantages de la gamme chromatique à tempérament égal sont évidents pour les instruments à sons fixes et quand il s'agit de transposer ou de changer de tonalité.
Son principal défaut est la 'dureté' de ses tierces:
- les tierces majeures sont trop élevées (presque 3,5 savarts de plus que les naturelles)
- les tierces mineures sont trop faibles (presque 4 savarts de moins que les naturelles).

Remarques:

1. Dans une telle gamme: do # = ré ♭, ré # = mi ♭, etc.Les transpositions sont très simples.
2. La fréquence du fa # est la moyenne géométrique des fréquences du do inférieur et du DO supérieur.
3. Cette fois, si N est la fréquence de fa_1 , pour reprendre le même exemple que plus haut, celle de $mi\#_8$ est égale à $N\times(t^7)^{12} = N\times(t^{12})^7 = N\times2^7$ qui est la fréquence de fa_8.
On parle alors d'un **cycle des quintes**.

GAMME DITE "MÉSOTONIQUE" OU "AU TEMPÉRAMENT MOYEN" OU "AUX 8 TIERCES ÉGALES"

Gamme chromatique elle aussi mais au 'tempérament inégal'.
Elle a été utilisée dès la fin de la Renaissance et à l'âge baroque, en particulier pour l'accord des orgues. Dom BÉDOS de CELLES (1709-1779) qui était facteur d'orgues, la défendait encore à la fin du XVIIIième siècle.
Cette gamme est caractérisée par :
- l'exactitude (rapport 5/4) de 8 tierces majeures sur 12; ce sont celles intervenant dans les tonalités les plus usuelles à l'époque baroque, à savoir les tierces:

si ♭ - Ré	ré - fa
do - mi	mi - sol #
mi ♭ - sol	sol - Si
fa - la	la - DO #

- l'égalité de 11 quintes sur 12, proches du rapport 3/2 (trop faibles de 1,4 savarts seulement), la quinte 'sacrifiée', sol # - mi ♭ , dite 'quinte du loup', étant rarissime dans la musique avant l'époque de J.S. Bach.

Les explications données par Dom Bédos dans son 'Art du facteur d'orgues' sont plus pragmatiques que théoriques ; voici un extrait assez savoureux de sa méthode :
« On accordera sur l'Ut d'en bas, la quinte au-dessus qui est Sol. On fera d'abord cette quinte juste, en sorte qu'elle ne batte point du tout ; ensuite on baissera un peu le Sol, de façon qu'il fasse à peu près 4 ou 5 battements par seconde ; la durée d'une seconde est à peu près comme chaque pulsation du pouls. »

On peut donner une définition plus précise de cette gamme de la manière suivante:
. divisons les 301 savarts contenus dans l'octave par 31
. désignons par i ce petit intervalle (i ≈ 9,71savarts)
. la gamme peut alors être représentée par le schéma:

do		do#		ré		mi♭		mi		fa		fa#		sol		sol#		la		si♭		si		DO
	2i		3i		3i		2i		3i		2i		3i		2i		3i		3i		2i		3i	

Extrayons de cette gamme la gamme diatonique do-ré-mi-fa-sol-la-si-DO:

	do		ré		mi		fa		sol		la		si		DO
		5i		5i		3i		5i		5i		5i		3i	
soit en savarts:		48,55		48,55		29,13		48,55		48,55		48,55		29,13	

cf Annexes - page 24 et 25 : FRÉQUENCES DES NOTES DE LA 3^{ième} OCTAVE DANS DIFFÉRENTES ÉCHELLES

Remarque : J.S. Bach a intitulé "Le clavier bien tempéré", la double série de préludes et fugues qu'il a composés dans les 12 tonalités majeures et les 12 tonalités mineures.
Mais "**bien** tempéré" ne signifie pas "**également** tempéré". On sait qu'il accordait lui-même ses instruments, mais on ignore quel était exactement le tempérament qu'il utilisait.

XV. COMPARAISON DES GAMMES DIATONIQUES DANS LES SYSTÈMES DE PYTHAGORE, DE ZARLINO, ET TEMPÉRÉS

❖ Les violonistes, altistes, violoncellistes les chanteurs, n'étant pas contraints de jouer des sons fixes, ont souvent recours spontanément, dans un passage mélodique, aux intervalles de la gamme de Pythagore.

❖ Les choristes interprétant une musique polyphonique tonale et consonante (musique religieuse de la Renaissance par exemple), ont tendance à réaliser les accords parfaits de la gamme de Zarlino.

❖ Les instruments à sons fixes modernes (instruments à clavier, instruments à vent, guitare), sont accordés suivant le tempérament égal, bien que les accordeurs de piano aient, paraît-il, une manière de procéder qui ne respecte pas exactement l'égalité des demi-tons.

❖ La musique des périodes baroque et classique gagne souvent à être interprétée dans une gamme à tempérament inégal , dans la mesure où les tonalités utilisées ne comptent guère plus de quatre ou cinq accidents (dièses ou bémols) à la clé.