

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

Épreuve du 14 mars 2017

Éléments de solutions



1) Nombres, formes et jeux (60 points)

Triplets pythagoriciens (10 points)

A) Remontons le temps !

- 1) Une corde à 13 nœuds, avec ses 12 segments ($5 + 4 + 3$), sert à vérifier ou à construire un angle droit ($5^2 = 4^2 + 3^2$).
- 2) $(7, 24, 25)$ est un triplet pythagoricien car $25^2 = 24^2 + 7^2$

B) Tableau de triplets pythagoriciens

Voici le début du tableau tel qu'il était demandé.

Δ	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	a	b	$a^2 - b^2$	$2 \times a \times b$	$a^2 + b^2$	$(a^2 - b^2)^2$	$(2 \times a \times b)^2$	$(a^2 + b^2)^2$		$(a^2 - b^2)^2 + (2 \times a \times b)^2$
2	2	1	3	4	5	9	16	25		25
3	3	1	8	6	10	64	36	100		100
4	7	3	40	42	58	1600	1764	3364		3364
5	7	5	24	70	74	576	4900	5476		5476
6	10	8	36	160	164	1296	25600	26896		26896
7	3	2	5	12	13	25	144	169		169

- 1) Dans la colonne J, on peut écrire, au choix, les formules suivantes : $F + G$ et on obtient H, mais aussi $H - G$ pour avoir F ou $H - F - G$ pour avoir O.
- 2) $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$
- 3) Un triplet pythagoricien contenant deux nombres consécutifs supérieurs à 30 : $(9, 40, 41)$; $(11, 60, 61)$; $(13, 84, 85)$; $(14, 144, 145)$; $(15, 112, 113)$; $(19, 180, 181)$
Les trois nombres sont supérieurs à 70 : $(75, 100, 125)$; $(80, 84, 116)$.

Nombres qui ont du caractère (15 points)

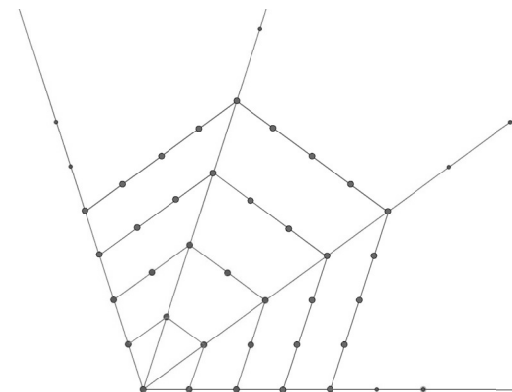
- 1) Il y a 10 nombres narcissiques à un chiffre mais aucun à deux chiffres.
- 2) On dit nombre narcissique ou nombre d'Amstrong.
- 3) Narcisse est un personnage de légende ou un affranchi de l'empereur Claude.

4) « Narcisse était un jeune homme d'une grande beauté. Il fut séduit par sa propre image reflétée dans l'eau d'une fontaine. Il mourut de ne pouvoir saisir cet autre lui-même dont il était devenu amoureux. À l'endroit de sa mort poussa une fleur qui porte son nom. »

5) 407 est narcissique car $4^3 + 0^3 + 7^3 = 407$

Nombres et formes (15 points)

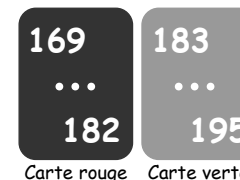
- 1) Dessins des nombres hexagonaux d'ordre 3 et 5 sur la feuille annexe.
- 2) Le nombre hexagonal de rang 4 est 28 et celui de rang 5 est 45.
- 3) Ci-contre, les dessins des nombres pentagonaux de rang 4 et de rang 5 de l'épreuve d'entraînement.



Assommantes paires à sommer ! (20 points)

1) Dans le jeu de cartes de Fabien et Maïté, la paire n°13 est la suivante :

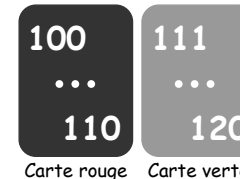
- sur la carte rouge : 169 (le carré de 13) et 182 ($169 + 13$)
- sur la carte verte : 183 ($182 + 1$) et 195 ($183 + 12$).



Carte verte

2) Maïté a le pouilleux. C'est la carte verte ci-contre, à gauche, car 121 est le carré de 11 et doit donc être le premier de la carte rouge suivante.

La carte correcte fait partie de la paire, ci-contre à droite.



3) À vous de jouer !

Maïté a énoncé 2017.

Le plus grand carré inférieur à 2017 est 44.

$44^2 < 2017 < 45^2$. 2017 est donc sur la paire n° 44.

La carte rouge est [1936 (carré de 44), 1980 ($1936 + 44$)].

La carte verte est [1981 ($1980 + 1$), 2024 ($1981 + 43$)].

Pour marquer 1 point Fabien doit donc dire « verte » et pour marquer 5 points, il doit dire « 1981 et 2024 ».

2 M comme Maths (10 points)

Écrire le calcul en ligne pour bien repérer les priorités des opérations.

$$\boxed{a} + \underbrace{(16 : \boxed{b} \times 6)}_A - \boxed{c} - \underbrace{(\boxed{d} \times 11 : \boxed{e})}_B + 8 = 0$$

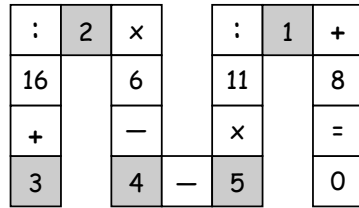
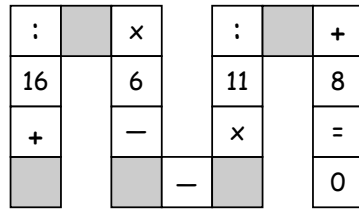
Il faut déjà que la somme des termes qui précède 8 soit négative et donc $B > A$.

Par ailleurs, e doit diviser d. On peut contrôler que $d = 4$ et $e = 2$ ne convient pas.

b doit être pair ; s'il était égal à 1, A serait trop grand.

Fort de ces remarques, on arrive au calcul suivant :

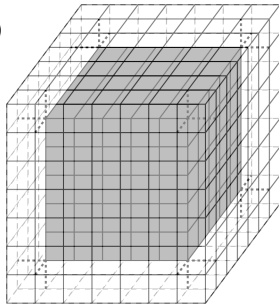
$$3 + (16 : 2 \times 6) - 4 - (5 \times 11 : 1) + 8 = 0$$



3 Un gros cube, des petits cubes (15 points)

Après avoir recouvert le cube de 5 cm d'arête avec des petits cubes de 1 cm d'arête, le nouveau cube a 7 cm d'arête (1 cm de plus de chaque côté).

On a donc utilisé $7^3 - 5^3 = 343 - 125 = 218$ petits cubes.



4 The leaping frog - Das Hochspringen - Saltamontes

Saute-montant (15 points)

Pour aller dans sa chambre, Rémi doit monter un escalier de 11 marches. Il adore le grimper en sautant. Rémi ne peut faire que des bonds de 2 marches ou de 3 marches.

De combien de façons peut-il monter cet escalier ? Listez-les.

Il s'agit de trouver, dans un premier temps, comment obtenir 11 en utilisant les seuls termes 2 et 3.

On obtient les deux seules sommes : $A = 2 + 2 + 2 + 2 + 3$ et $B = 3 + 3 + 3 + 2$.

Il y a cinq façons de placer le 3 par rapport aux quatre 2 dans A et 4 façons de placer le 2 par rapport aux trois 3 dans B.

Rémi peut donc monter les escalier de 9 façons.

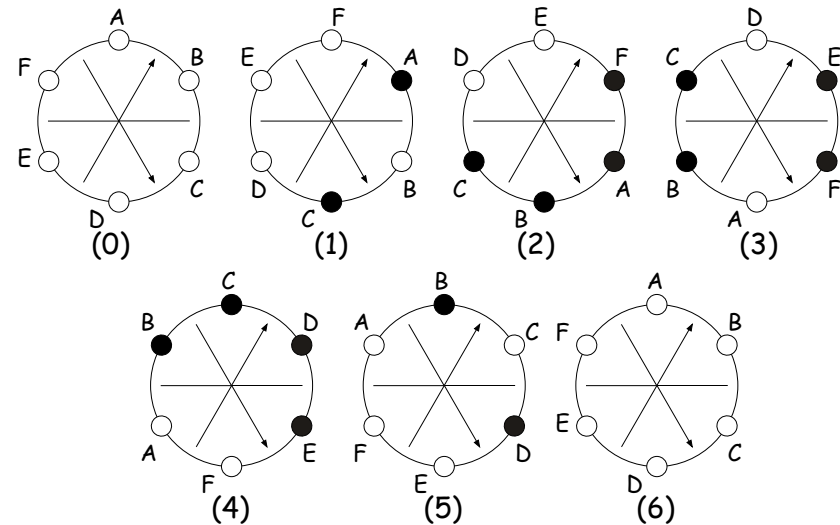
5 À partir d'un mot (10 points)

Avec les lettres du mot RECTANGULAIRE, formez un maximum de mots en rapport avec le vocabulaire mathématique.

- 1- Aigu 2- Aire 3- Aligné 4- Angle 5- Angulaire
- 6- Arc 7- Are 8- Carré 9- Centre 10- Intégrale
- 11- Largeur 12- Ligne 13- Nul 14- Rectangle 15- Règle
- 16- Tracé 17- Triangle 18- Un 19- Une 20-

6 Disque à cran (10 points)

Pour savoir exactement de combien de crans le disque a tourné, il suffit de nommer les boules comme ci-dessous. Toutes les boules redeviennent blanches au bout d'un tour (six crans).



Bulletin - réponse

Épreuve du 14 mars 2017



2 M comme Maths (10 points)

Placez les nombres de 1 à 5 dans les cases grises.

:	2	x	:	1	+
16		6	11		8
+		-	x		=
3		4	-	5	0

3 Un gros cube, des petits cubes (15 points)

Nombre de petits cubes utilisés : **218**

Explications :

Après avoir recouvert le cube de 5 cm d'arête avec des petits cubes de 1 cm d'arête, le nouveau cube a 7 cm d'arête (1 cm de plus de chaque côté).

On a donc utilisé $7^3 - 5^3 = 343 - 125 = 218$ petits cubes.

4 The leaping frog - Das Hochspringen - Saltamontes

Saute-montant (15 points)

Nombre de possibilités : **9**

Liste des possibilités :

- 3 + 2 + 2 + 2 + 2
- 2 + 3 + 2 + 2 + 2
- 2 + 2 + 3 + 2 + 2
- 2 + 2 + 2 + 3 + 2
- 2 + 2 + 2 + 2 + 3

- 2 + 3 + 3 + 3
- 3 + 2 + 3 + 3
- 3 + 3 + 2 + 3
- 3 + 3 + 3 + 2

.....

.....

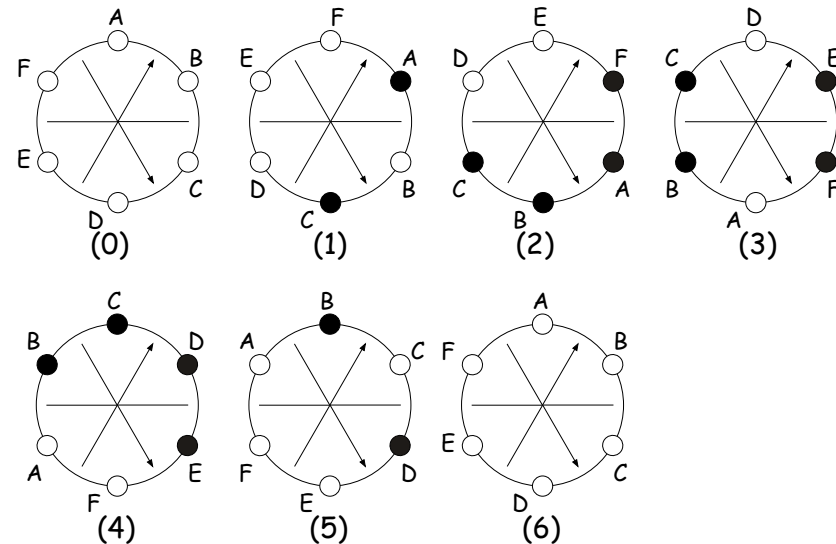
5 À partir d'un mot (10 points)

Mots formés à partir des lettres du mot « RECTANGULAIRE »

- 1- Aigu 2- Aire 3- Aligné 4- Angle 5- Angulaire
- 6- Arc 7- Are 8- Carré 9- Centre 10- Intégrale
- 11- Largeur 12- Ligne 13- Nul 14- Rectangle 15- Règle
- 16- Tracé 17- Triangle 18- Un 19- Une 20-

6 Disque à cran (10 points)

Représentez ci-dessous, de cran en cran, les états successifs des boules jusqu'à ce que toutes redeviennent blanches. Entourez le numéro de la position finale.



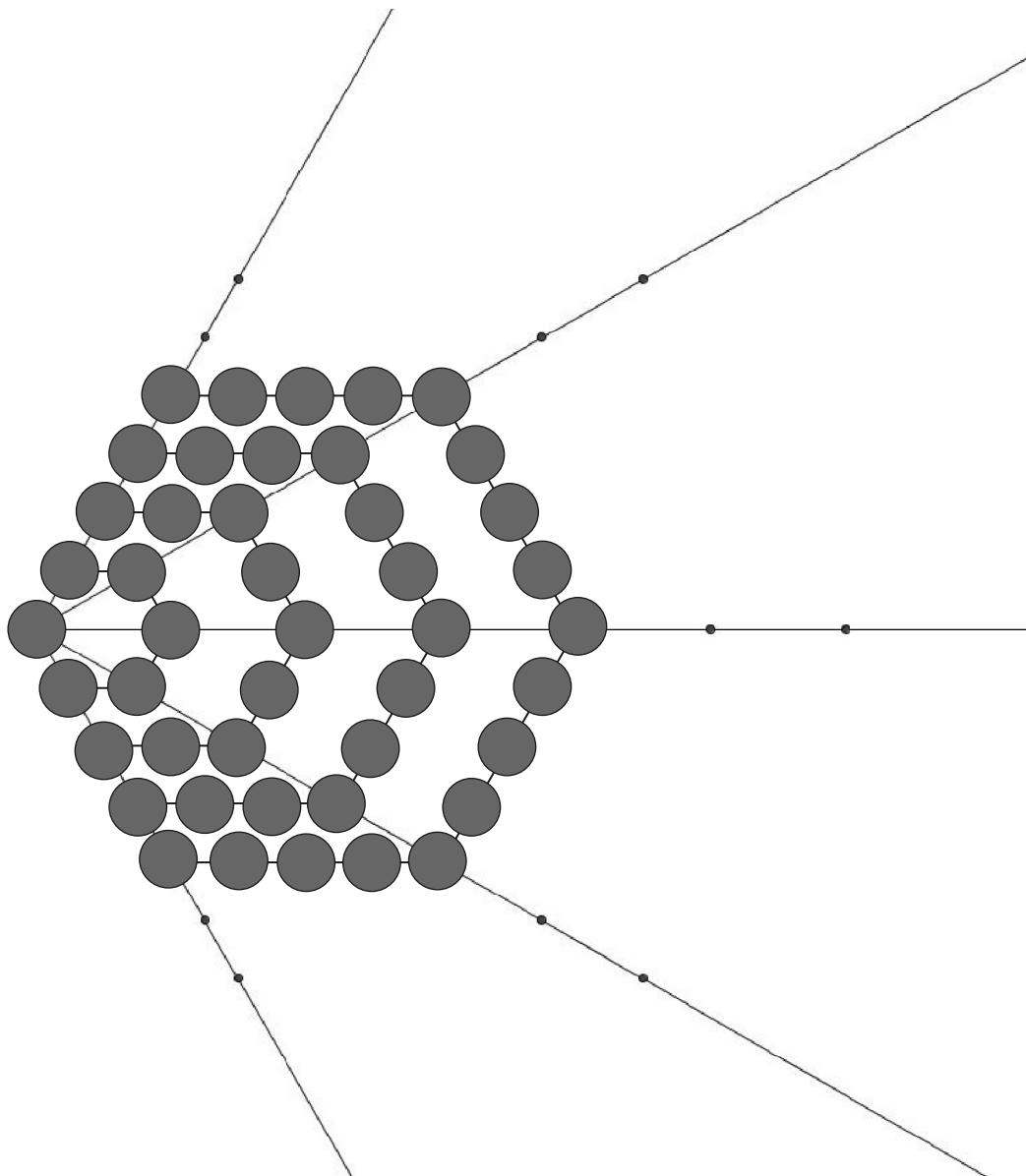
Rallye Mathématique Poitou - Charentes

Épreuve du 14 mars 2017



Annexe

Nombres et formes : nombres hexagonaux



Nombre hexagonal de rang 4 : **28**

Nombre hexagonal de rang 5 : **45**