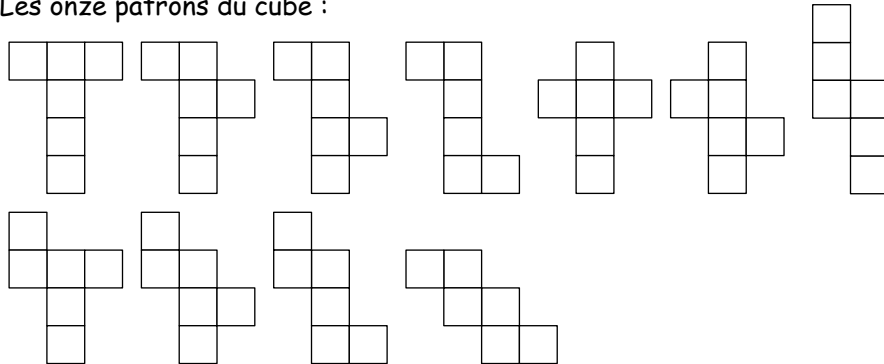


1 Alicia BOOLE-STOTT (8 points)

Alicia Boole est née le 8 juin 1860 à Cork en Irlande. Elle meurt à Londres le 17 décembre 1940. Elle est la fille du célèbre mathématicien George Boole et la nièce de George Everest qui a calculé la hauteur du mont Everest.



Les onze patrons du cube :



2 La valeur des fruits (10 points)

1°) Voici quelque fruits "égaux" deux par deux :
BANANE et PÊCHE (37), FIGUE et COING (48), RAISIN et CASSIS (70),
PRUNE et TOMATE (74), MIRABELLE et MUSCAT (77)...

2°) et quelques fruits égaux trois par trois :
ANANAS, CAJOU et DATTE (50), CERISE, MELON et SORBE (59),
AVOCAT, NOIX et POMME (62), GUIGNE, OLIVE et POIRE (63)...

3 Des valises à boucler (5 points)

En répartissant à peu près les masses par un calcul mental sur les ordres de grandeur, et en procédant à des ajustements, on obtient la répartition suivante en grammes :

$$6\ 800 + 4\ 800 + 3\ 600 + 1\ 500 + 700 + 2\ 500 = 19\ 900 ;$$

$$6\ 300 + 5\ 400 + 3\ 200 + 1\ 900 + 700 + 2\ 500 = 20\ 000.$$

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

20 février 2007

Éléments de solutions



4 Chiffres au compteur (10 points)

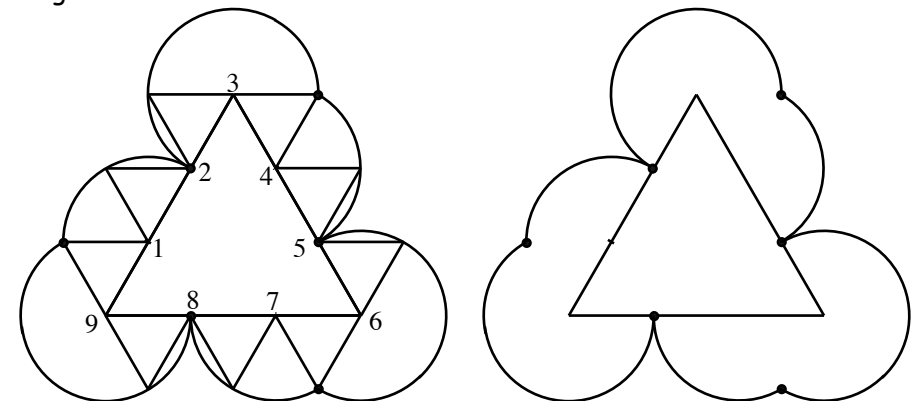
1°) On observe les chiffres non utilisés (0, 2, 3, 4, 5, 6 et 9) on choisit le plus petit (plus grand que 1) pour le chiffre de plus grand rang. Le premier palindrome qui répond aux conditions est donc 20302 qui sera obtenu dans 2431 km.

2°) Dans les mêmes conditions, le suivant est 45654.



5 Triangle au tournant (15 points)

Une méthode sûre pour obtenir le tracé pouvait être de découper un triangle, d'y repérer un point M (point noir sur le dessin ci-dessous) et de le suivre en faisant "tourner" le triangle découpé autour du grand triangle.



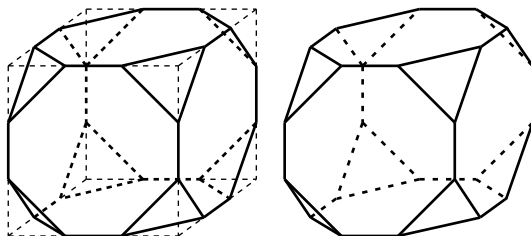
① **Alicia BOOLE-STOTT** (15 points)

Alicia Boole est née le 8 juin 1860 à Cork en Irlande.
Elle meurt à Londres le 17 décembre 1940.
Elle est la fille du célèbre mathématicien George Boole et la nièce de George Everest qui a calculé la hauteur du mont Everest.



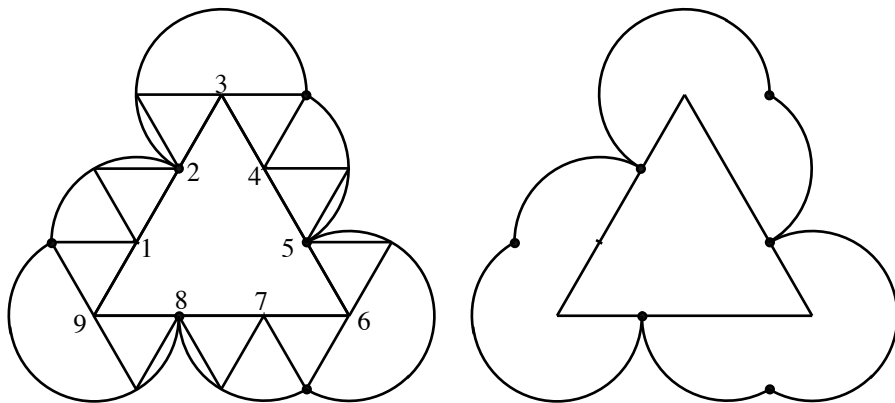
Le solide obtenu a

- 14 faces (6 faces du cube plus 8 autres faces, une à chaque sommet du cube)
- 36 arêtes (12 arêtes du cube plus 3 arêtes dans chaque sommet du cube)
- 24 sommets (3 sommets à la place de chacun des 8 sommets du cube).



② **Triangle au tournant** (15 points)

Une méthode sûre pour obtenir le tracé pouvait être de découper un triangle, d'y repérer un point M (point noir sur le dessin ci-dessous) et de le suivre en faisant "tourner" le triangle découpé autour du grand triangle.



③ **Devinette** (10 points)

En mettant les informations dans l'ordre ci-dessous, on obtient :
1 = A pour la seconde lettre, 12 = L pour la troisième lettre, 18 = R pour la première lettre, 12 = L pour la quatrième lettre. La définition de la sixième lettre prête à confusion ; mais la dernière information lève l'ambiguïté et on obtient 5 = E pour la sixième et 25 = Y pour la cinquième.
Ainsi le mot cherché est **RALLYE**.

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

20 février 2007

Éléments de solutions



④ **Avec quatre nombres** (15 points)

1852 5128

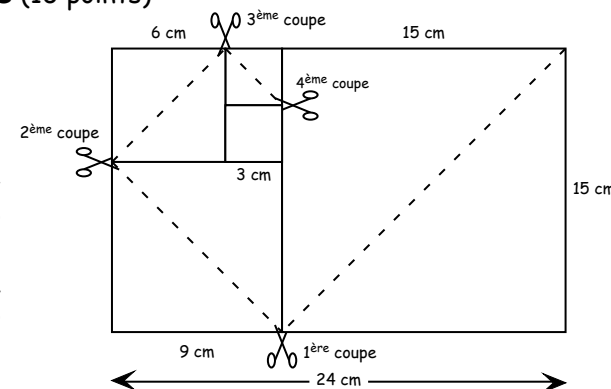
Voici des solutions jusqu'à 43 :

0 = 8 - (1 + 2 + 5) ; 1 = [(8 : 2) + 1] : 5 ; 2 = 2 x 5 - 8 x 1 ; 3 = 2 x 5 - (8 - 1)
4 = 8 : (5 - 2 - 1) ; 5 = 8 - (5 - 2 x 1) ; 6 = 8 - [5 - (2 + 1)] ; 7 = (8 + 5 + 1) : 2 ;
8 = (8 : 2) + 5 - 1 ; 9 = (8 : 2) + (5 : 1) ; 10 = 8 + (5 - 2 - 1) ; 11 = 8 x 2 x 1 - 5 ;
12 = 8 + 5 - 2 + 1 ; 13 = (8 + 5) : (2 - 1) ; 14 = 8 + 5 + 2 - 1 ; 15 = 8 + 5 + 2 x 1 ;
16 = 8 + 5 + 2 + 1 ; 17 = 5 x 2 + 8 - 1 ; 18 = 5 x 2 + 8 : 1 ; 19 = 5 x 2 + 8 + 1 ;
20 = 8 x 2 + 5 - 1 ; 21 = 8 x 2 + 5 : 1 ; 22 = 8 x 2 + 5 + 1 ; 23 = (2 + 1) x 5 + 8 ;
24 = 8 x (5 - 2 x 1) ; 25 = (8 - 2 - 1) x 5 ; 26 = (8 + 5) x 2 : 1 ; 27 = (8 + 5) x 2 + 1 ;
28 = (8 + 5 + 1) x 2 ; 29 = 8 x (2 + 1) + 5 ; 30 = (8 - 2) x 5 x 1 ; 31 = (8 - 2) x 5 + 1 ;
32 = 8 x (5 + 1 - 2) ; 33 = (8 - 1) x 5 - 2 ; 34 = 8 x (5 - 1) + 2 ; 35 = (8 - 2 + 1) x 5 ;
36 = (8 - 2)(5 + 1) ; 37 = 8 x 5 - 2 - 1 ; 38 = 8 x 5 - 2 x 1 ; 39 = 8 x 5 - 2 + 1 ;
40 = (8 + 2)(5 - 1) ; 41 = 8 x 5 + 2 - 1 ; 42 = 8 x 5 + 2 x 1 ; 43 = 8 x 5 + 2 + 1 ;
44 = 8 x (5 + 2 : 1) ; 45 = (8 + 2 - 1) x 5 ; 46 = (5 + 1) x 8 - 2 ; 47 = (8 + 1) x 5 + 2 ;
48 = 8 x (5 + 2 - 1) ; 49 = (5 + 2)(8 - 1) ; 50 = 5 x (8 + 2) x 1 ; 51 = 5 x (8 + 2) + 1 ;
Qui trouvera 52 ?

⑤ **Pliage et découpage** (10 points)

En partant du carré de 3x3 et en "remontant" les opérations, on obtient un rectangle de 24 x 15.

Remarque : Il n'était pas dit que les carrés successifs étaient de dimensions différentes. Aussi le rectangle initial peut avoir d'autres dimensions.

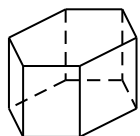


1 Alicia BOOLE-STOTT (15 points)

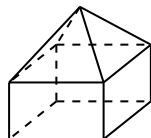
Alicia Boole est née le 8 juin 1860 à Cork en Irlande. Elle meurt à Londres le 17 décembre 1940. Elle est la fille du célèbre mathématicien George Boole et la nièce de George Everest qui a calculé la hauteur du mont Everest.



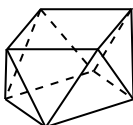
Formule d'Euler : $F + S = A + 2$.



(A) $8 + 12 = 18 + 2$.



(B) $9 + 9 = 16 + 2$.

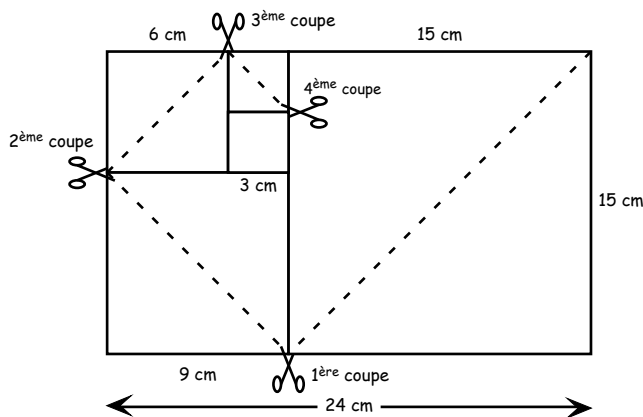


(C) $10 + 8 = 16 + 2$.

2 Pliage et découpage (10 points)

En partant du carré de 3×3 et en "remontant" les opérations, on obtient un rectangle de 24×15 .

Remarque : Il n'était pas dit que les carrés successifs étaient de dimensions différentes. Aussi le rectangle initial peut avoir d'autres dimensions.



3 La barbe du Père Noël (15 points)

Partant du 25 décembre 2000 où le Père Noël a rasé sa barbe, en un an elle pousse de 365 mm et est raccourcie de 150 mm. Elle mesure donc 215 mm de plus à chaque Noël, sauf en 2004 qui est une année bissextile où elle prend 216 mm. Au Noël 2006, elle mesure donc $5 \times 215 + 216 = 1291$. Elle touche le sol 5 jours avant Noël 2007. Elle a donc poussé de 360 mm. Elle mesure donc $1291 + 360 = 1651$ mm. En ajoutant la hauteur de la tête du Père Noël, soit 150 mm, le Père Noël mesure donc, au cm près, 1,80 m.

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

20 février 2007

Éléments de solutions

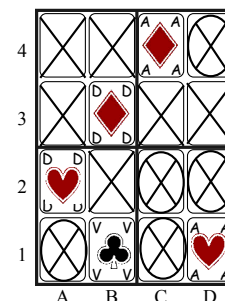


4 Une variante du sudoku junior (10 points)

1°) La dame de cœur n'est ni sur la ligne, ni sur la colonne, ni dans le carré de 2×2 qui contiennent la dame de carreaux (X).

2°) La dame de cœur n'est ni sur la ligne, ni sur la colonne, ni dans le carré de 2×2 qui contiennent l'as de cœur (⊗).

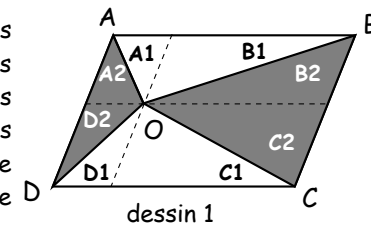
3°) La dame de cœur est donc en A2.



5 Le partage idéal (10 points)

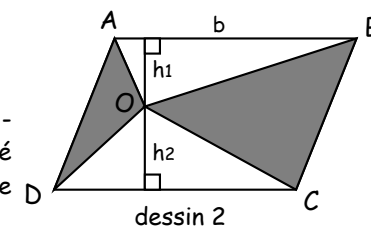
1^{ère} méthode : (dessin 1)

En traçant par le point O deux parallèles aux côtés du parallélogramme, on partage les quatre triangles AOB, BOC, COD et DOA en deux triangles désignés respectivement A1 et B1, A2 et B2, ... Les triangles A1 et A2, B1 et B2 ... ont respectivement la même aire. L'aire blanche est donc égale à l'aire grise quelle que soit la position du point O à l'intérieur du parallélogramme.



2^{ème} méthode : (dessin 2)

L'aire des deux triangles blancs est : $\frac{b(h_1 + h_2)}{2}$. Elle est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme. Donc l'aire grise est aussi égale à la moitié de l'aire du parallélogramme. Les deux aires, blanche et grise, sont donc toujours égales.

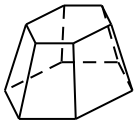


① **Alicia BOOLE-STOTT** (13 points)

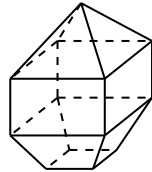
Alicia Boole est née le 8 juin 1860 à Cork en Irlande.
 Elle meurt à Londres le 17 décembre 1940.
 Elle est la fille du célèbre mathématicien Georges Boole surtout connu comme étant le concepteur de la logique symbolique (algèbre booléenne), logique transcrite en équations algébriques.
 Elle est la nièce de George Everest qui a calculé la hauteur du mont Everest.
 Elle s'est illustrée par ses travaux sur les polytopes (polyèdres de dimensions 4).



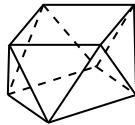
Formule d'Euler : $F + S = A + 2$.



(A) $8 + 12 = 18 + 2$



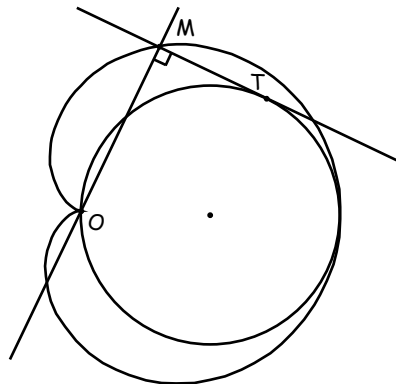
(B) $13 + 13 = 24 + 2$



(C) $10 + 8 = 16 + 2$

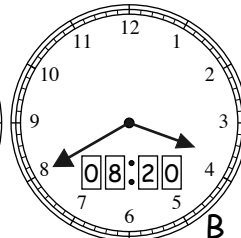
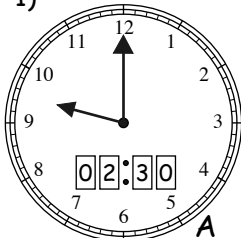
② **Une construction** (15 points)

On obtient une cardioïde.

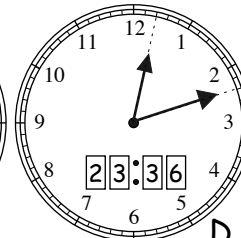
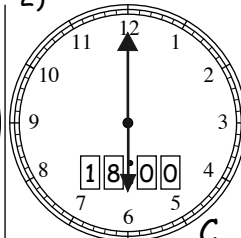


③ **Tout à l'heure** (15 points)

1)



2)



ou 14:30

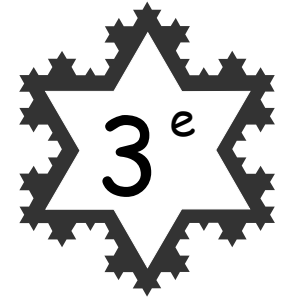
ou 20:20

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

20 février 2007

Éléments de solutions



④ **Tonton Cristobal** (10 points)

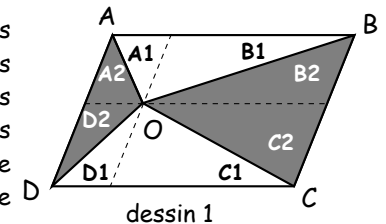
Tonton Cristobal qui n'est plus très jeune a 3 neveux qui ont un an d'écart (par exemple 18, 19 et 20 ans). Il a également 5 petits enfants qui ont également un an d'écart et 7 petits neveux qui ont aussi un an d'écart. Quand Tonton Cristobal ajoute les âges de ses neveux il trouve son âge. De même, s'il ajoute les âges de ses petits enfants il trouve encore son âge et également s'il ajoute les âges de ses petits neveux. Mais au fait, quel est l'âge de Tonton Cristobal ?

En notant $(n - 1)$, n et $(n + 1)$ les âges de ses neveux, $(p - 2)$, $(p - 1)$, p , $(p + 1)$ et $(p + 2)$ les âges de ses 5 petits-enfants et $(q - 3)$, $(q - 2)$, $(q - 1)$, q , $(q + 1)$, $(q + 2)$ et $(q + 3)$ les âges de ses 7 petits-neveux, on remarque que l'âge de Tonton Cristobal est $3n = 5p = 7q$. L'âge de Tonton Cristobal est donc un multiple de $3 \times 5 \times 7 = 105$. Vu le contexte, Tonton Cristobal a 105 ans.

⑤ **Le partage idéal** (10 points)

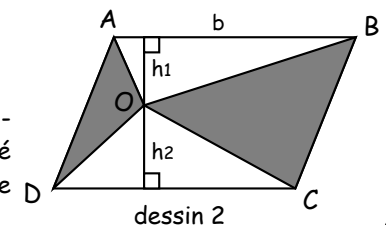
1^{ère} méthode : (dessin 1)

En traçant par le point O deux parallèles aux côtés du parallélogramme, on partage les quatre triangles AOB , BOC , COD et DOA en deux triangles désignés respectivement $A1$ et $B1$, $A2$ et $B2$, ... Les triangles $A1$ et $A2$, $B1$ et $B2$... ont respectivement la même aire. L'aire blanche est donc égale à l'aire grise quelle que soit la position du point O à l'intérieur du parallélogramme.



2^{ème} méthode : (dessin 2)

L'aire des deux triangles blancs est : $\frac{b(h_1 + h_2)}{2}$. Elle est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme. Donc l'aire grise est aussi égale à la moitié de l'aire du parallélogramme. Les deux aires, blanche et grise, sont donc toujours égales.

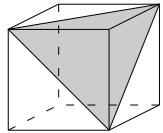


1 Alicia BOOLE-STOTT (14 points)

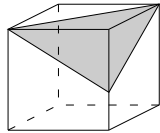
Alicia Boole est née le 8 juin 1860 à Cork en Irlande.
Elle meurt à Londres le 17 décembre 1940.

Elle est la fille du célèbre mathématicien Georges Boole surtout connu comme étant le concepteur de la logique symbolique (algèbre booléenne), logique transcrite en équations algébriques.

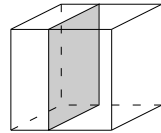
Elle est la nièce de George Everest qui a calculé la hauteur du mont Everest.
Elle s'est illustrée par ses travaux sur les polytopes (polyèdres de dimensions 4).



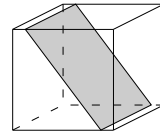
Triangle équilatéral



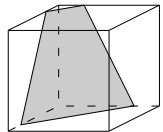
Triangle isocèle



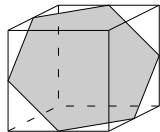
Carré



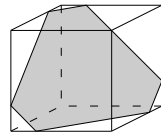
Rectangle



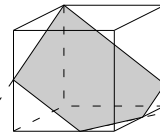
Trapèze



Hexagone régulier



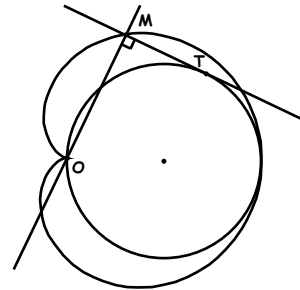
Hexagone



Pentagone

2 Une construction (15 points)

On obtient une cardioïde.



5 À la recherche des promotions équivalentes (15 points)

Établissons les rapports : (prix/quantité), noté P/Q.

Si $x = 10\%$ et $y = 10\%$, les rapports sont $0,9P/Q$ pour Miniprix et $P/1,1Q$ pour Maxiproplus. Or $9/10 < 10/11$; Miniprix est donc plus avantageux.

Si $x = 20\%$ et $y = 25\%$, on a $0,8P/Q$ pour Miniprix et $P/1,25Q$ pour Maxiproplus.

Les rapports sont égaux, les deux magasins sont aussi avantageux l'un que l'autre.

De façon générale, pour que les promotions soient équivalentes, il faut :

$$\frac{(100-x)P}{100Q} = \frac{P}{(1+y/100)Q} \quad \text{Il faut donc que : } \frac{(100-x)}{100} = \frac{100}{100+y}, \text{ ou encore}$$

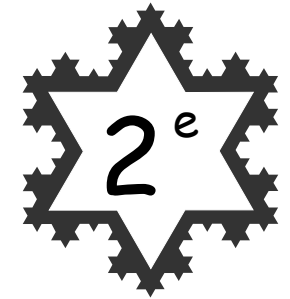
que $(100-x)(100+y) = 10\,000$.

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

20 février 2007

Éléments de solutions

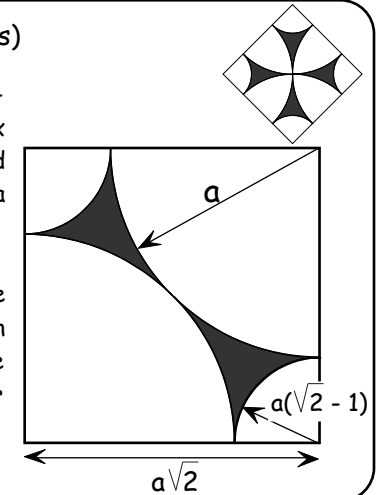


3 Une nouvelle croix de Malte (10 points)

En choisissant a comme demi-diagonale du grand carré, l'aire de ce grand carré est $2a^2$. L'aire de deux branches de la croix est donc égale à l'aire du grand carré moins les deux quarts de disques de rayons a et moins les deux quarts de disques de rayon $a(\sqrt{2}-1)$, soit $2a^2 - \pi a^2/2 - \pi a^2(\sqrt{2}-1)^2/2$.

L'aire des quatre branches de la croix est donc le double : $4a^2 - \pi a^2 - \pi a^2(\sqrt{2}-1)^2$. Après simplification d'écriture, il vient : $2a^2[2 + (\sqrt{2}-2)\pi]$. Le rapport de la croix au carré est donc $2 + (\sqrt{2}-2)\pi$, soit $0,16$ par excès, ce qui est inférieur à $0,20$.

Le grand maître a donc raison.



4 Le muguet (10 points)

Un champ carré est divisé en 9 petits carrés. Chacun de ces petits champs contient 19 brins de muguet, et il y a au total dans le grand champ 2011 clochettes.

Les brins de muguet peuvent avoir 11, 12 ou 13 clochettes, mais il y a plus de muguets à 12 clochettes que de muguets à 13 clochettes.

Combien y a-t-il de brins de muguet à 13 clochettes au maximum ?

Il y a $9 \times 19 = 171$ brins de muguet. Si x , y et z désignent respectivement les nombres de brins à 11, 12 et 13 clochettes, on obtient le système suivant que l'on résout en y et en z :

$$\begin{cases} x + y + z = 171 \\ 11x + 12y + 13z = 2011 \\ z < y \end{cases}$$

Éliminer x conduit à $y + 2z = 130$.

Puisque $z < y$, on a $3z < y + 2z < 3y$, soit $3z < 130 < 3y$,

ce qui conduit à $z \leq 43$ et $y \geq 44$. Il y a donc au maximum 43 brins de muguet à 13 clochettes. Si c'est le cas, il y a alors 44 brins de muguet à 12 clochettes et 84 brins de muguet à 11 clochettes.