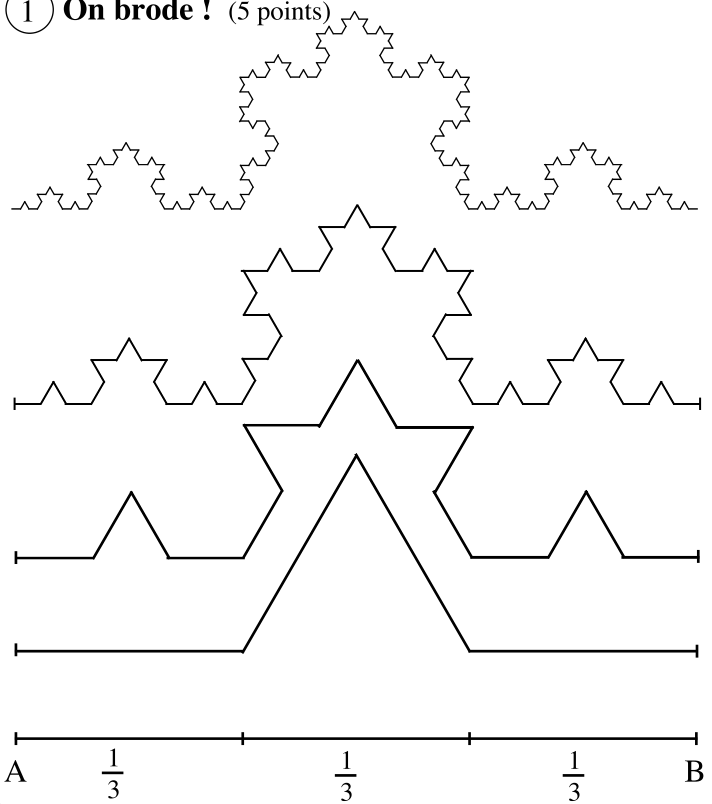
RALLYE MATHEMATIQUE POITOU - CHARENTES. 10 mai 1994. *SOLUTIONS*

1 On brode ! (5 points)



$l_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n AB$

$l_4 = \frac{4}{3} l_3 = 768$

$l_3 = \frac{4}{3} l_2 = 576$

$l_2 = \frac{4}{3} l_1 = 432$

$l_1 = \frac{4}{3} l_0 = 324$

$l_0 = AB = 243$

2 On lance ... (5 points)

13 Triangles dont 6 aplatis :

(1, 2, 3) ; ~~(1, 2, 4)~~ ; ~~(1, 2, 5)~~ ; ~~(1, 2, 6)~~ ; (1, 3, 4) ; ~~(1, 3, 5)~~ ; ~~(1, 3, 6)~~ ; (1, 4, 5) ; ~~(1, 4, 6)~~ ; (1, 5, 6) ; (2, 3, 4) ; (2, 3, 5) ; ~~(2, 3, 6)~~ ; (2, 4, 5) ; (2, 4, 6) ; (2, 5, 6) ; (3, 4, 5) ; (3, 4, 6) ; (3, 5, 6) ; (4, 5, 6) .

3 On plaint Sophie ! (5 points)

- De 0 à 200 km, consommation de 20 litres ;
- à 200 km, arrêt et perte de 5 litres (fuite, pompage...) ;
- de 200 à 250 ou 260 km, aucune consommation (remorquage ...) ;
- de 250 ou 260 à 400 km, consommation de 15 litres.

8 On transforme. (15 points)

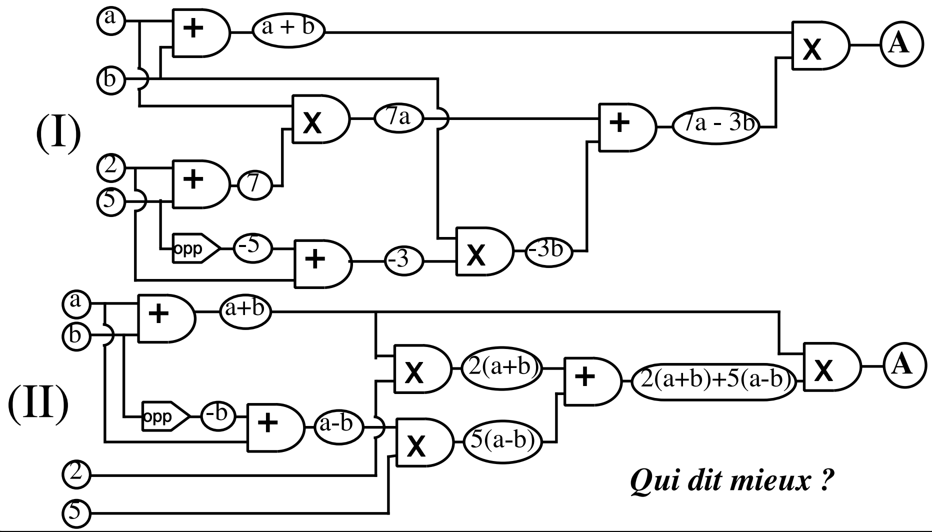
$A = a^2 - b^2 + 2(a + b)(3a - b)$
$= (a + b)(7a - 3b)$
$= (a + b)\,[(2 + 5)a + (2 - 5)b]$

8 machines (schéma I)

$*A = 5(a^2 - b^2) + 2(a + b)^2$: 9 machines

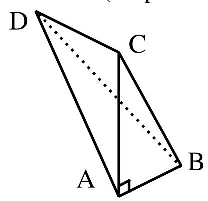
$*A = (a + b)\,[2(a + b) + 5(a - b)]$

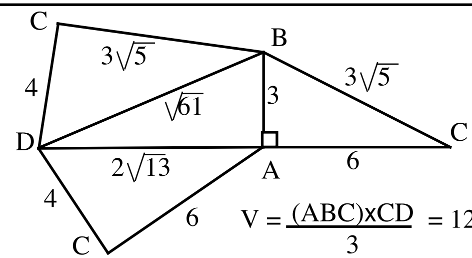
7 machines (schéma II)



Qui dit mieux ?

9 On s'éclate ! (15 points)

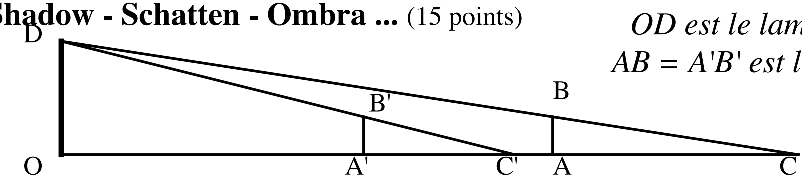




$V = \frac{(ABC) x CD}{3} = 12\ cm^3$

10 Shadow - Schatten - Ombra ... (15 points)

OD est le lampadaire
AB = A'B' est le piéton



$\frac{C'A'}{C'O} = \frac{A'B'}{OD}$ et $\frac{CA}{CO} = \frac{AB}{OD}$ d'où $\frac{C'A'}{C'O} = \frac{CA}{CO}$; $\frac{2,5}{OA' + 2,5} = \frac{3}{OA + 3}$

2,5(OA + 3)=3(OA' + 2,5) . Mais OA'=OA - 30 . Donc 2,5 OA=3(OA - 30). D'où **OA = 180 m**

Le lampadaire ferait 120 m ! Il faut remplacer 30 m par 3 m et OA = 21 m dans ce cas.

4 On achète. (10 points)

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	4,80	9,60	14,40	19,20	24	28,80
1	3,60	8,40	13,20	18	22,80	27,60	32,40
2	7,20	12	16,80	21,60	26,40	**31,20**	36
3	10,80	15,60	20,40	25,20	30	34,80	39,60
4	14,40	19,20	24	28,80	33,60	38,40	43,20
5	18	22,80	27,60	**32,40**	37,20	42	46,80

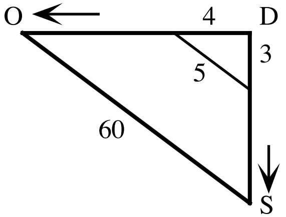
$\begin{cases}\text{5 lots à 31,20 F.}\\ \text{2 lots à 32,40 F.}\end{cases}$

$\begin{cases}\text{25 pains et 10 baguettes pour 156 F.}\\ \text{6 pains et 10 baguettes pour 64,80 F.}\end{cases}$

donc 19 pains pour 91,20 F.,
et **1 pain coûte 4,80 F.**

3 pains et 5 baguettes coûtent 32, 40 F.
3 pains coûtent 14,40 F.
5 baguettes coûtent 18 F. , et donc **1 baguette coûte 3,60F.**

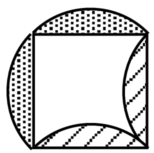
5 On s'éloigne ... (10 points)



Triangle rectangle (3, 4, 5)
triangle rectangle (?, ?, 60)

Donc 3 x 12 = **36 km** et 4 x 12 = **48 km**.

6 On calcule rondement et carrément ! (10 points)



Les huit segments circulaires hachurés situés hors du carré peuvent occuper par translation les quatre branches de la rosace blanche. L'aire totale hachurée est donc égale à l'aire du carré, soit **100 m²**

7 On se retourne ! (10 points)

$\frac{1994 + \text{xx}}{\text{" " " "}}$ *donnerait sans retenue :* $\frac{1994 + \text{xx}}{1 . . 1}$ impossible. *avec retenue :* $\frac{1994 + \text{xx}}{2 . . 2}$ *soit* $\frac{1994 + 88}{2082}$ impossible.

$\frac{1994 + \text{xyx}}{\text{" " " "}}$ *donnerait sans retenue :* $\frac{1994 + \text{xyx}}{1 . . 1}$ impossible. *avec retenue :* $\frac{1994 + \text{xyx}}{2 . . 2}$ *donc* $\frac{1994 + \text{8y8}}{28..2}$ *soit* $\frac{1994 + \text{8y8}}{2882}$ *soit* $\frac{1994 + 888}{2882}$ correct

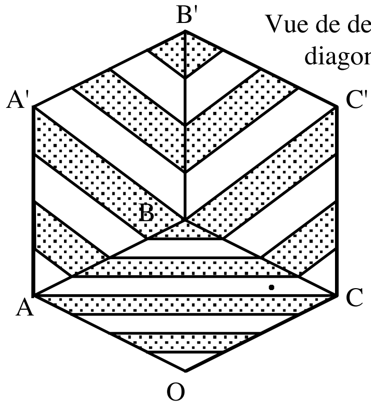
$\frac{1994 + \text{xyyx}}{\text{" " " "}}$ *donnerait sans retenue :* $\frac{1994 + \text{x00x}}{_{(x+1)}99_{(x+1)}}$ impossible. *avec retenue :* $\frac{1994 + \text{xyyx}}{_{(x+2)}..._{(x+4)}}$ impossible. *ou* $\frac{1994 + \text{xyyx}}{_{(x+2)}..._{(x+4-10)}}$ impossible.

$\frac{1994 + \text{x.............x}}{\text{" " " " " " " "}}$ *donnerait :* $\frac{1994 + \text{x.............x}}{\alpha\ ....\beta}$ *avec* $\alpha = x$ ou $x + 1$
$\beta = x + 4$ ou $x + 4 - 10$

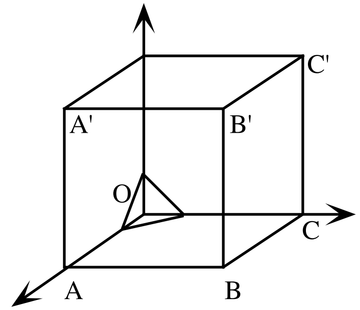
$\alpha = \beta$ est impossible

Donc une seule solution : 1994 + 888 = 2882

11 On tranche ! (10 points)

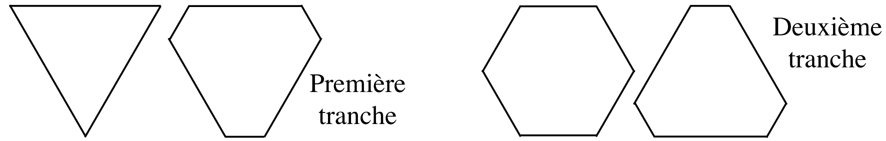


Vue de dessous ; la grande diagonale est verticale.

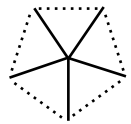


On obtient 12 tranches

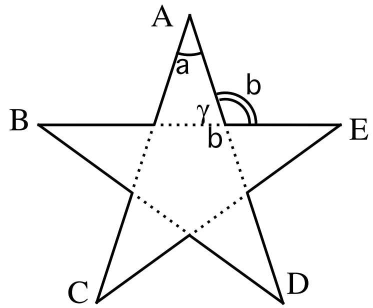
Les plans de coupe ont comme équation : x + y + z = k.
Il faut déterminer les valeurs possibles pour k entier.
Si I est l'intersection de P(x + y + z = k) avec OB',
I (α, α, α) . Donc α = k/3 . I est sur OB' ;
donc 0 ≤ a ≤ 4 soit 0 ≤ k/3 ≤ 4 , et k est entier.
Donc k ∈ {0, 1, 2, ..., 12}. Il y a donc 12 tranches



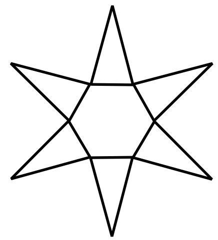
12 On se branche ! (15 points)



5 triangles dans le pentagone.
Donc 5x180° = 900°. 5β + 360° = 900°.
D'où β = 108°. γ= 180° - 108° = 72° ;
α = 180° - 2x72° = 36°.
β = 3α et α = 180°/5



Pour une étoile à 6 branches construite sur le même principe, on a : **α = 180°/6 = 30° et β = 90°.**



Construction de 6 triangles isocèles ayant pour bases les côtés d'un hexagone.

Tracé d'un cercle partagé en 6 arcs égaux ABCDEF.
Tracé des triangles rectangles et isocèles dans les cercles de diamètres AB, BC, ...
...FA.