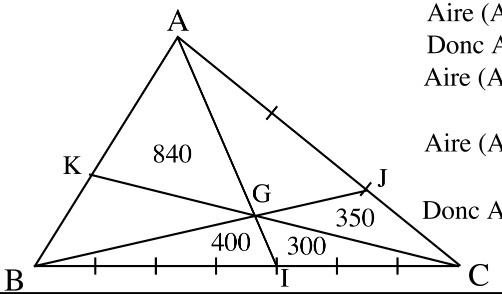
RALLYE MATHEMATIQUE DU POITOU - CHARENTES

Epreuve du 19 mai 1992 - **Eléments de solutions**

① Serez -vous géomètre-expert ?



En exploitant les "tirets" placés sur les côtés, on a :

Aire (AGJ) = 2 x Aire (GJC).

Donc Aire (AGJ) = 700 m^2

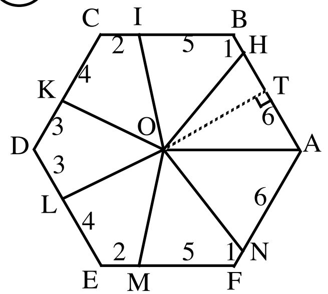
Aire (ABI) = $\frac{4}{3}$ Aire (AIC)

Aire (ABI) = $\frac{4}{3}$ x 1350 m^2

= 4 x 450 m^2 = 1800 m^2

Donc Aire (BKG) = (1800 - 1240) m^2 = 560 m^2

② Fromage à la coupe !



Le périmètre de l'hexagone est 42 cm.

Les triangles OAH, OBH, OBI, etc... ont tous la même hauteur OT.

Donc pour obtenir 7 parts équivalentes, il suffit de partager la ligne polygonale ABCDEFA en 7 parties (points H, I, K, L, M, N) de telle sorte que :

AH = HB + BI = CI + CK = ... = 6 cm.

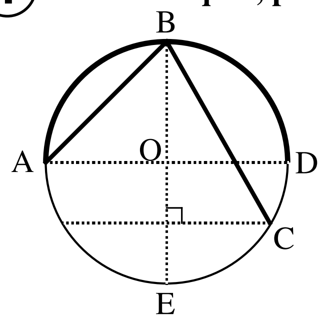
③ Le Lion de la fontaine.

Solution possible :

En une heure on remplit : $\frac{1}{48} + \frac{1}{72} + \frac{1}{96} + \frac{1}{6} = \frac{61}{288}$

On remplit donc le bassin en $\frac{288}{61}$ h, soit 4h 43 min 17s

④ A vos marques, prêts ? partez !



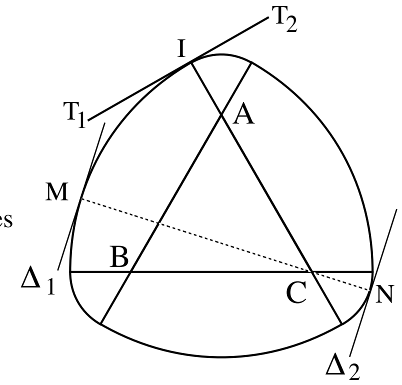
Soit R le rayon de la piste :

AB = $R\sqrt{2}$ et BC = $R\sqrt{3}$.

La longueur du demi-cercle est πR.

Or $\sqrt{2} + \sqrt{3} > \pi$; donc celui qui parcourt le demi-cercle va moins vite que l'autre.

⑦ ça ne tourne pas rond !



① Raccordement en I .

Les tangentes IT_1 et IT_2 sont perpendiculaires à (IC) et à (IA).

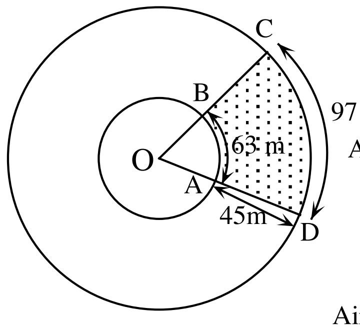
Donc les points I, T_1 , T_2 sont alignés

② Les tangentes en M et en N sont parallèles, et MN = 5 cm.

⑧ Echangerait terrain ...

En classe de troisième, on ne peut exploiter que les degrés :

si r est le rayon OA, et x la mesure en degrés des angles $\widehat{AOD}$ ou $\widehat{BOC}$, on a :



Arc AD = $\frac{2\pi r \times x}{360}$ Arc CB = $\frac{2\pi (r + 45)x}{360}$

$\frac{r + 45}{r} = \frac{97}{63}$; d'où r = $\frac{45 \times 63}{34}$

Aire (ABCD) = $\frac{\pi (r + 45)^2 x}{360} - \frac{\pi r^2 x}{360} = \frac{\pi x}{360} [(r + 45)^2 - r^2]$

$\frac{\pi x}{360} = \frac{63}{2r}$, soit Aire(ABCD) = $\frac{63}{2r}$ x 45 x (2r + 45)

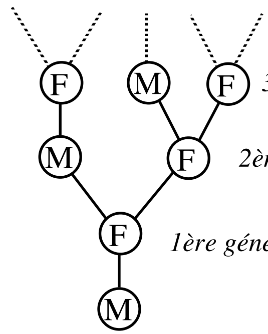
= 63 x 45 (1 + $\frac{45}{2r}$)

Aire (ABCD) = 63 x 45 (1 + $\frac{45 \times 17}{45 \times 63}$) = 45 x 80 = 3600

L'échange est donc équitable.

⑨ Mes ancêtres, les abeilles ...!

10ème génération ?



3ème génération

2ème génération

1ère génération

On obtient la "suite" de Fibonacci :

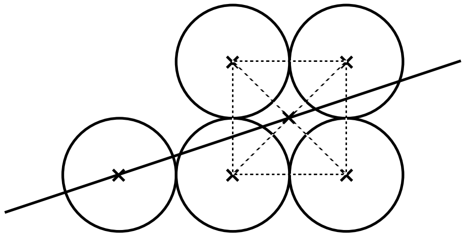
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, **89 ...**

($u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$)

Il y a 89 ancêtres à la 10ème génération.

5 Partage.

Plusieurs solutions possibles;
en voici une :



6 Vrai ou faux; true or false ?

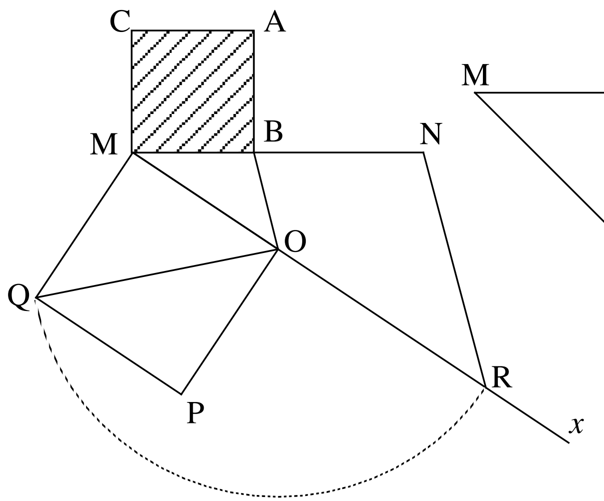
Les deux solutions sont correctes.
Si **c** est le côté du carré cherché, alors MN = **c** $(1+\sqrt{2})$

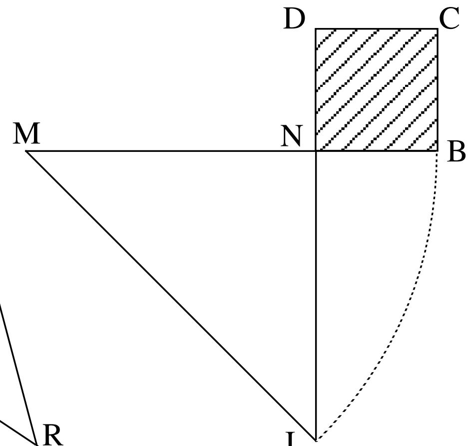
Solution de Nathalie:
Si $MO = x$, $OQ = x\sqrt{2}$, $MR = x(1+\sqrt{2})$

$$\frac{MB}{MN} = \frac{MO}{MR} = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$$

$$MB = \frac{MN}{1+\sqrt{2}} = \frac{\mathbf{c}(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}} = \mathbf{c}$$

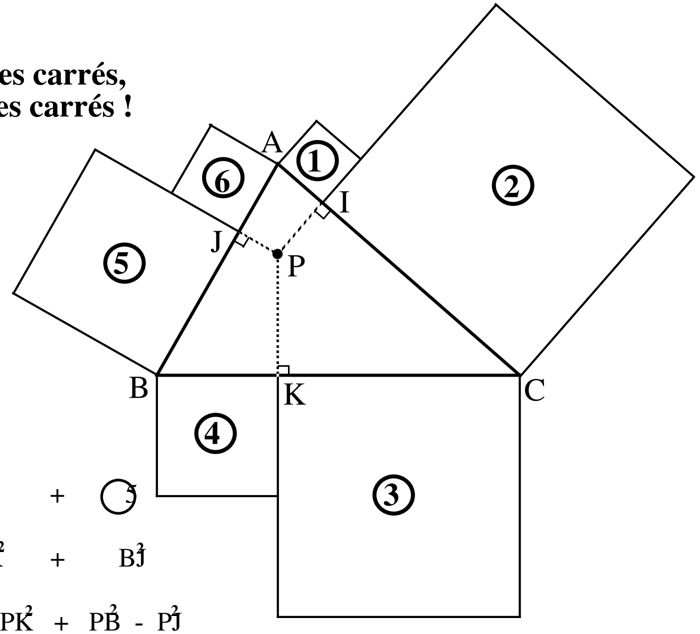
Solution de Peter :
$MJ = MN\sqrt{2} = \mathbf{c}(\sqrt{2}+2)$
$MN = \mathbf{c}(1+\sqrt{2})$
Donc $NB = \mathbf{c}(\sqrt{2}+2) - \mathbf{c}(\sqrt{2}+1) = \mathbf{c}$





Complément pour les classes de seconde

10 Des carrés, des carrés, ... toujours des carrés !



$$① + ③ + ⑤$$
$$= AI^2 + CK^2 + BJ^2$$
$$= AP^2 - PI^2 + CP^2 - PK^2 + PB^2 - PJ^2$$
$$= (AP^2 - PJ^2) + (CP^2 - PI^2) + (PB^2 - PK^2)$$
$$= AJ^2 + IC^2 + BK^2$$
$$= ⑥ + ② + ④$$

11 Code, code, carrés !

Si le code C est $\overline{mcdu}$, on a alors : $C + 17 = p^2$ et $C + 86 = q^2$.

$q^2 - p^2 = 69 = 3 \times 23 = (q+p)(q-p)$.

Deux possibilités : 1°) $q + p = 69$, $q - p = 1$ — 2°) $q + p = 23$, $q - p = 3$

$q = 35$ et $p = 34$ — $q = 13$ et $p = 10$

Si $q = 35$, alors $C = 1225 - 86 = 1139$
Si $q = 13$, alors $C = 169 - 86$, et C n'a pas 4 chiffres.

Donc $\boxed{C = 1139}$