

RALLYE MATHÉMATIQUE DU POITOU - CHARENTES

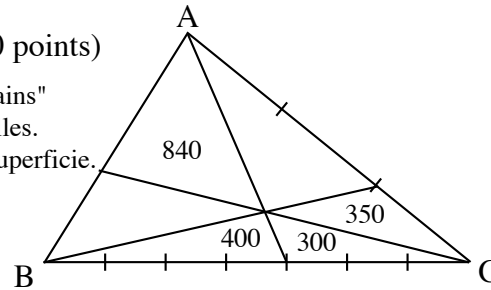
Epreuve du 19 mai 1992

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification. Les solutions partielles seront examinées.

1 Serez-vous géomètre-expert ? (10 points)

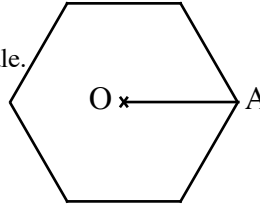
L'agence immobilière " La Gestion des Terrains " a décidé de lotir le champ ABC en six parcelles. Pour quatre d'entre elles on a noté en m^2 la superficie.

Retrouver la superficie des deux autres parcelles.



2 Fromage à la coupe ! (10 points)

Ils étaient 7 à table ... On apporta un fromage de forme hexagonale. Le côté de l'hexagone mesure 7 cm. En réalisant le dessin à l'échelle 1/2, partagez ce fromage en 7 parts équivalentes sachant que les "coups" de couteau concourent tous au centre O de la partie supérieure du fromage. (Le segment [OA] symbolise le premier coup de couteau donné)



3 Le Lion de la fontaine. (5 points)

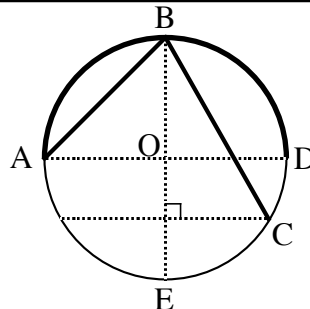
Une fontaine était formée d'un lion en bronze portant cette inscription : " Je puis jeter de l'eau par les yeux, par la gueule et par le pied droit. Si j'ouvre l'oeil droit, je remplirai mon bassin en 2 jours et si j'ouvre le gauche, je le remplirai en 3 jours. Avec mon pied, il me faudrait 4 jours et avec ma gueule, 6 heures.

Dites combien de temps il me faudrait pour remplir le bassin en jetant de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied ? " (donner ce temps à la seconde près).

4 A vos marques, prêts ? partez ! (5 points)

Deux coureurs partent de A. L'un fait le "demi-tour" de piste ABD, l'autre décrit les segments [AB] puis [BC] (C appartient à la médiatrice de [OE]).

Ils arrivent en même temps, l'un en D, l'autre en C. Lequel des deux va le plus vite ?



7 ça ne tourne pas rond ! (10 points)

La figure ci-contre est composée d'un triangle équilatéral ABC de côté 3 cm, de trois arcs de cercle de centres respectifs A, B, C, de rayon 4 cm, et de trois arcs de cercles de centres respectifs A, B, C, de rayon 1 cm.

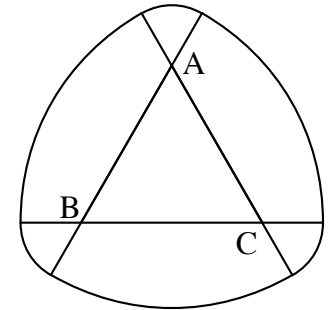


figure 1

- 1) reproduire la figure 1 avec le plus grand soin.
- 2) Le pourtour est "bien arrondi", même aux points où se raccordent les petits arcs avec les grands arcs. Pourquoi ?
- 3) on a fabriqué trois "roues" d'un modèle semblable à celui de la figure 1. On les met debout sur le sol (fig. 2). On constate que, **quelle que soit la disposition des roues**, on peut appuyer une barre sur les trois roues à la fois et la barre est parallèle au sol ! C'est un peu curieux car les roues ne sont pas "rondes". **Pouvez-vous expliquer ce phénomène ?**

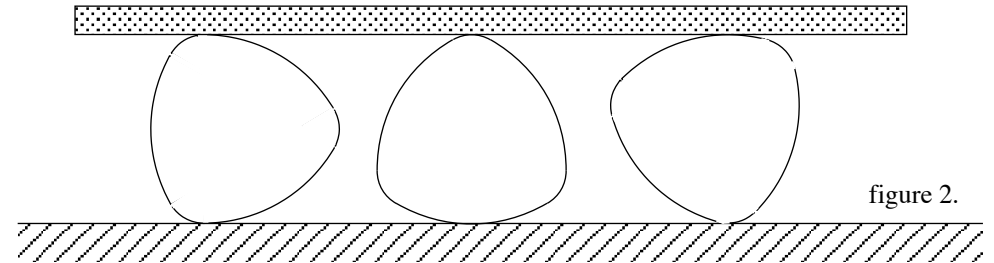
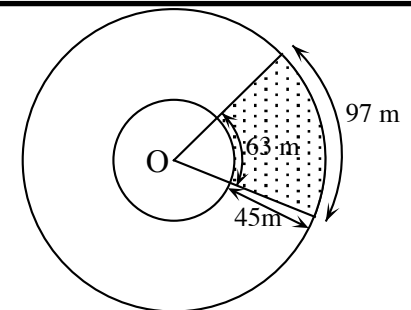


figure 2.

8 Echangerait terrain ... (15 points)

La figure ci-contre représente un terrain qui est une partie d'une couronne.

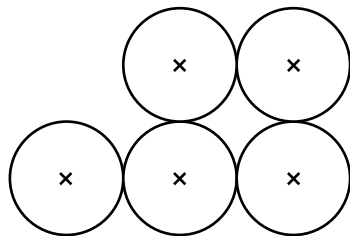
Si on vous propose d'échanger ce terrain contre un terrain "carré" de 60 m de côté, cet échange vous est-il favorable ?



5 Partage. (5 points)

Cinq cercles de même rayon sont disposés comme l'indique la figure. Quatre centres sont les sommets d'un carré et 3 centres sont alignés.

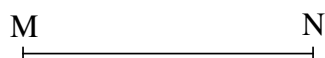
Tracer une droite qui partage ces cinq cercles en deux parties de même aire.



6 Vrai ou faux; true or false ? (15 points)

Dans le cadre d'un échange scolaire, on avait proposé à Peter et à Nathalie le problème suivant :

"Construire à la règle et au compas un carré ABCD connaissant la somme du côté et de la diagonale. Cette somme est représentée par le segment [MN]."



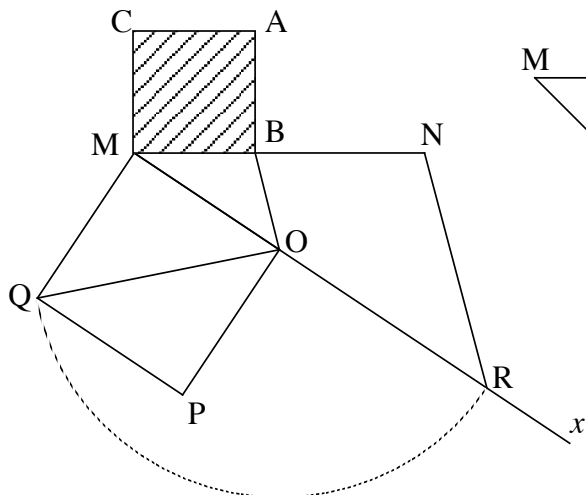
Voici la solution de Nathalie :

Je trace une demi-droite [Mx) ayant M pour origine. Je choisis un point O quelconque sur cette demi-droite et je dessine le carré MOPQ.

Je trace le cercle de centre O et de rayon OQ qui coupe la demi-droite [Mx) en un point R.

Je trace par O la parallèle à la droite (RN) qui coupe [MN] en B.

Le carré MBAC est le carré cherché.



Voici la lettre que Peter a adressée à Nathalie :

Dear Nathalie,

Here is my solution to the problem we had to seek for our school exchange.

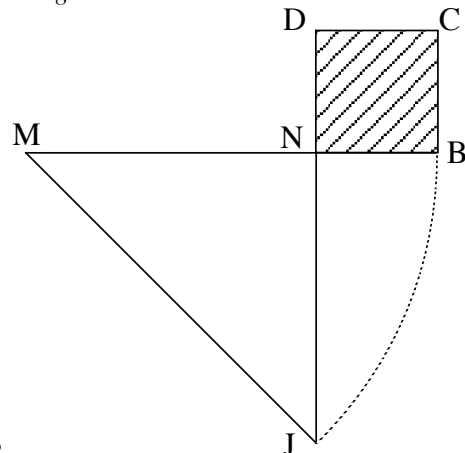
Draw isosceles rectangular triangle MNJ.

Then draw the circle that has M its centre and MJ as its radius and intersects line (MN) in B.

Square NBCD is the square we are looking for.

Best regards

Peter.



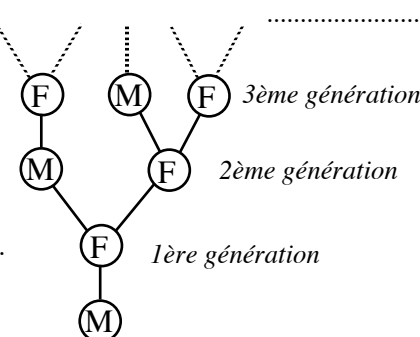
D'après vous : Qui a raison ? Peter ? Nathalie ? Les deux ? Aucun ?

9 Mes ancêtres, les abeilles ...! (5 points)

10ème génération ?

L'abeille femelle (F) a un père et une mère, mais l'abeille mâle (M) n'a qu'une mère.

L'abeille mâle n'a donc qu'un seul parent (1ère génération), 2 grands-parents (2ème génération), 3 arrière grands-parents (3ème génération).

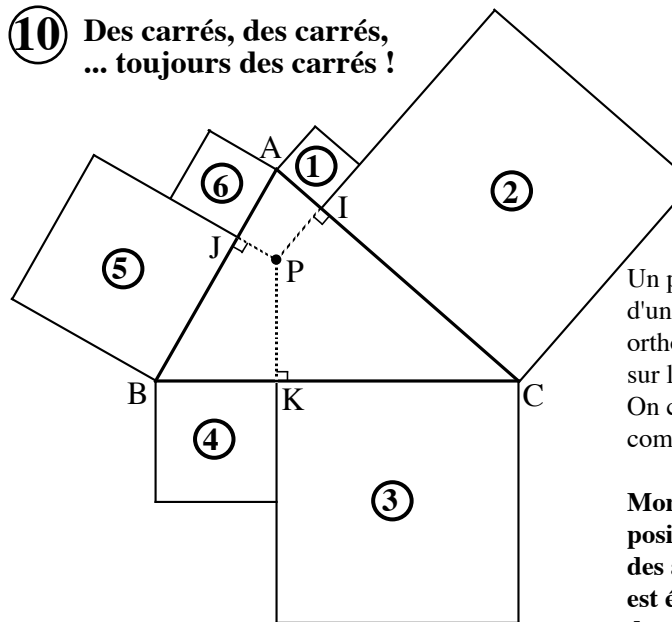


Quel est le nombre des ancêtres à la 10ème génération ?

Complément pour les classes de seconde

10 Des carrés, des carrés, ... toujours des carrés !

(15 points)



Un point P situé à l'intérieur d'un triangle ABC se projette orthogonalement en I, J et K sur les trois côtés du triangle. On construit alors les six carrés comme l'indique la figure.

Montrer que, quelle que soit la position du point P, la somme des aires des carrés 1, 3 et 5 est égale à la somme des aires des carrés 2, 4 et 6.

11 Code, code, carrés ! (15 points)

Le code d'une carte de crédit est un nombre de quatre chiffres.

Paul a remarqué qu'en ajoutant au code de sa carte le numéro départemental de la Charente-Maritime, il obtenait un carré parfait.

De même en ajoutant celui de la Vienne, il obtenait encore un carré parfait.

Quel est donc le code de sa carte de crédit ?