Régionale APMEP de Poitou - Charentes
APMEP

Corol'aire

Décembre 2021 n°127

Bilan d'étape de la réforme du lycée

Frédéric de Ligt

Une note de la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, parue en novembre 2021, fait un bilan d'étape sur l'évolution du volume des heures d'enseignement suite à la réforme du lycée. Un premier constat peut être posé. Les professeurs de mathématiques ont occupé la moitié des heures en NSI et seulement 6 % des heures en enseignement scientifique.

Pour la spécialité NSI, les chiffres ne sont pas surprenants dans la mesure où il n'y a pas ou si peu d'enseignants d'informatique, leur CAPES a été créé l'an dernier avec une quarantaine de postes au concours pour le public et la première session du concours de l'agrégation d'informatique aura lieu seulement cette année. Les compétences théoriques nécessaires pour assurer cet enseignement désignent naturellement les professeurs de mathématiques. D'ailleurs, de nombreux collègues sont déjà RUPN dans leur établissement.

Plus surprenant est le second pourcentage. Selon les annonces ministérielles, l'enseignement scientifique devait intégrer les mathématiques dans un ensemble plus vaste afin de donner du sens à cette discipline. Il apparaît clairement d'une part que les collègues n'ont pas été convaincus, que ce soit par le contenu du programme ou par la répartition horaire entre les trois disciplines scientifiques, et que d'autre part, très souvent, cet enseignement a servi de complément de service aux enseignants de physique.

Suite page 14

Sommaire

mardi 8 mars 2022

Maths & nature

Nous avons été heureux de pouvoir maintenir l'édition 2021, sur le thème **Maths & mesure**, avec des aménagements qui nous paraissaient permettre de mener le travail dans les classes, du mieux possible.

Nous repartons donc avec l'édition 2022, portant cette fois sur **Maths & nature**, plus prometteuse que la précédente en terme d'effectifs et tout aussi attractive par le thème retenu.

Le déroulé de l'épreuve sera conforme aux années antérieures à 2021 : une partie recherche en amont de l'épreuve finale et une série de problèmes à résoudre en groupe le jour de l'épreuve.

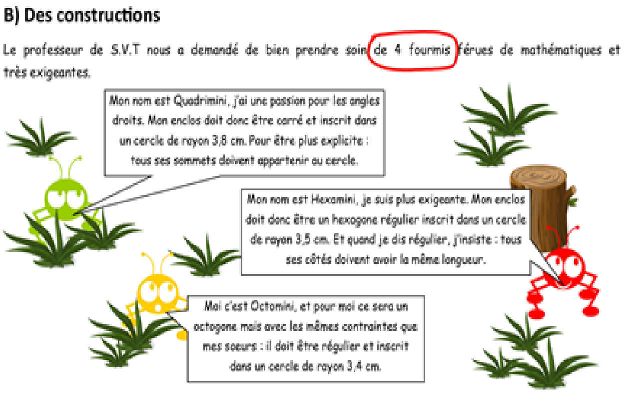
Les effectifs

Au moment où nous écrivons cet article, ce sont environ 4700 élèves (2600 en 2021) dans 180 classes (99) de 40 établissements (19). Nous ne retrouverons pas encore les effectifs habituels mais le Rallye, grâce à vous, a toujours le mérite d'exister.

Le thème

Les documents sont toujours disponibles sur le site de la Régionale. Nous espérons que le sujet et les réalisations proposées auront conquis les élèves.

Une petite erreur nous a été signalée, heureusement sans trop de conséquences car elle se corrigeait naturellement. Elle concerne le nombre de fourmis dans les épreuves de CM, 6e et 5e (ci-dessous, celle des CM). Il n'y en a bien que 3 comme le confirmaient les annexes.



Par ailleurs, concernant l'affiche, il ne s'agit pas de compléter celle que nous avons faite, volontairement dépouillée, ni d'y mettre les partenaires du Rallye. Les élèves sont invités à faire preuve d'imagination et de créativité ! Ils sont libres du contenu tout en respectant les consignes données.

Le palmarès et les flocons

L'an dernier, vu le petit nombre de classes et la nature inhabituelle de l'épreuve, nous n'avions pas établi de palmarès, mais envoyé tout de même les flocons dont le nombre indique le niveau de réussite des classes. Compte tenu des inscriptions actuelles, nous prévoyons cette année de rétablir le palmarès.

La remise des prix

Elle est envisagée le mercredi 8 juin à Poitiers. Sa tenue dépendra de l'équilibre financier du Rallye (participation des classes en net recul) et bien sûr des aléas dus à la pandémie. Nous déciderons en temps voulu de la maintenir ou non.

En attendant, nous réfléchissons et prospectons pour le choix des lots qui seront attribués. L'IREM&S de Poitiers nous a déjà fait un don conséquent nous permettant d'acheter des livres en lien avec le thème.

La pandémie est toujours là, le mois de janvier révèle de grosses difficultés d'organisation et de suivi dans les classes, élèves et enseignants étant à la merci du protocole sanitaire.

Les conditions ne sont pas propices à un engagement dans un événement prévu à moyen terme. L'équipe du Rallye est bien consciente de toutes les difficultés que rencontrent les collègues en activité durant cette période.

Merci à tous les professeurs qui ont inscrits leurs classes, cela nous encourage à persévérer : nous mettrons tout en œuvre pour retrouver une participation à la hauteur de nos espérances, pour les élèves de l'académie, pour les collègues, pour faire vivre les mathématiques.

Journées Nationales de Jonzac

22 octobre et **JONZAC**, une date et un lieu qui sont les points de mire des activités de notre Régionale en cette année 2022 !

Deux établissements emblématiques de Jonzac accueilleront les congressistes :

- le magnifique **Centre des congrès de Haute Saintonge** pour les conférences et toutes les réunions plénières, pour une partie des ateliers, le Salon des exposants et le banquet,
- le **lycée Jean Hyppolite** pour la plupart des ateliers, les repas de midi ainsi que la possibilité d'un hébergement à l'internat.

Un autre établissement emblématique, le parc aquatique « **Les Antilles de Jonzac** », sera ouvert aux congressistes et accompagnants.

Et pour mieux ancrer ce congrès sur la commune de Jonzac, pour permettre aux habitants de s'y impliquer et les remercier de le recevoir, une animation « **Maths en jeux** » est prévue le vendredi après-midi 21 octobre en direction des scolaires et du grand public.

Recevoir 600 congressistes sur quatre jours nécessite une organisation sans faille. Nous nous y appliquons, même au niveau de l'hébergement qui, sur Jonzac, ville thermale, est plutôt familial. Le lien suivant, https://www.jonzac-haute-saintonge.com/trouver-votre-hebergement/, figurera dans le prochain BGV.

Nous compterons aussi sur vous, le moment venu, pour faire partie de l'encadrement et vous espérons nombreux.


Centre des congrès de Haute Saintonge

Lycée Jean Hyppolite


Les Antilles de Jonzac

Compte-rendu du comité du 1er déc. 2021

Election du nouveau bureau

Suite à l'assemblée générale de l'association du 17 novembre 2021, l'ancien bureau est reconduit après le vote à l'unanimité des membres du comité présents à la réunion.

Bilan de la Journée de la Régionale du 17 novembre

La participation s'est élevée à environ 60 personnes. Malgré nos actions de communication, aucun professeur des écoles n'était présent. En revanche les conseillers pédagogiques et les référents mathématiques de circonscription avaient fait le déplacement. Le formateur Benoît Gaucher a pu être présent avec des stagiaires en formation sur une partie de la journée.

Il a été récolté 380 € suite aux ventes de brochures.

Retour sur les Journées Nationales à Bourges

Un apéritif a été servi aux congressistes le lundi midi. Notre Régionale a pu présenter son clip à la fin des Journées.

Préparation des Journées Nationales à Jonzac

Conférences

Corinne Parcelier fait le point sur les conférenciers. En plus des deux conférenciers déjà confirmés pour l'ouverture et la clôture des Journées à Jonzac, 8 autres conférenciers sont prévus. La plupart ont déjà donné leur accord, il reste Gilles Bailly-Maitre et Marie Lhuissier à contacter pour une intervention lors des Journées. Il faut des réponses définitives d'ici le 22 janvier, date à laquelle Frédéric de Ligt va présenter la liste au responsables nationaux.

Ateliers

Frédéric de Ligt va prendre en charge les annonces à ateliers dans le *BGV* et dans *Au fil des maths* ainsi que sur le site national, puis les transmettre à Sébastien Soucaze, responsable de la préparation des Journées au sein du National. Il faudra penser à prévenir les universités dans les départements limitrophes comme Limoges et Bordeaux pour avoir des animateurs.

Inscriptions

Il faudra que Dominique Gaud prévienne les stagiaires pour qu'ils participent aux Journées.

Hébergement

Mme Laférrère, proviseure du lycée Jean Hyppolite à Jonzac, va bientôt transmettre à l'association des conventions pour pouvoir profiter de l'internat et des repas du midi. Le prix de la nuitée à l'internat est de 15 €, le petit déjeuner est à 1,13 € et le repas du midi est à 7,63 €.

Les personnels territoriaux qui assureront les services d'entretien et de cuisine pendant les Journées Nationales devraient être payés en heures supplémentaires. Afin d'amortir ce surcoût, il est envisagé de porter le prix du repas à 10 €. En comptant le lycée Jean Hyppolite à Jonzac, le lycée viticole Le Renaudin et un lycée du bois situé à 15 km environ de Jonzac, on peut compter sur 160 chambres d'internat.

Communication interne

Il est envisagé de créer un cloud interne pour poser les documents de travail, avant de poser ensuite les documents finalisés sur le cloud des Journées Nationales. Par ailleurs sur le cloud du National, il va falloir répartir les dossiers par groupe de travail.

Subvention

Il va falloir contacter avant Noël, au niveau de Région, la personne qui s'occupe des centres de culture scientifique et qui pourra nous aider à monter un dossier afin d'obtenir une subvention de cette collectivité.

Le off

Pour préparer la journée du vendredi 21 octobre 2022 qui se déroulera dans la centre de Jonzac, un lieu de réunion pratique pourrait être un espace de co-working situé à Saintes, commune centrale dans l'académie. Manu Houdart, qui a donné son accord pour présenter son spectacle dans l'auditorium, est prêt à intervenir gratuitement dans les écoles le vendredi. Le programme d'animation du vendredi est déjà bien étoffé grâce à Jean Fromentin qui a fait fonctionné ses réseaux. Ces animations ne pourront pas se dérouler dans le marché couvert car il y a des installations en dur à l'intérieur, en revanche un tivoli pourra être monté sur la place en face du château.

Communication

Il faudra contacter en son temps Radio Bleu, la Haute Saintonge et Sud-Ouest.

Planning des Journées

Après discussion, une dizaine d'ateliers fléchés vers les PE seront répartis tout au long des Journées.

Réunion de travail

La prochaine réunion en visioconférence est programmée le mercredi 15 décembre de 14 h à 16 h.

Une réunion spécifique pour préparer le off est prévue le vendredi 17 décembre de 10 h à 12 h à Saintes.

Expositions

Jean-Marie Parnaudeau donne le bilan provisoire des réservations pour les différentes expositions mises à la location par notre Régionale : 9 semaines de réservation pour l'exposition « Maths et mesure » et 4 semaines pour « Maths & Puzzles ».

Par ailleurs il va être demandé à l'EMF un retour sur les locations qu'il a pu faire de son côté ainsi que le nombre d'élèves qui ont pu visiter nos expositions.

Jean-Marie Parnaudeau propose de trouver un moyen de valoriser auprès de l'inspection le travail de ceux qui travaillent sur les expositions, comme pour les membres du Rallye. Il y a, d'un autre côté, un accord du directeur de l'EMF, Didier Moreau, pour rembourser les frais de déplacement en lien avec les expositions.

Une dizaine de personnes s'occupent déjà de la prochaine exposition qui a pour thème l'image. Un appel aux bonnes volontés sera lancé dans le prochain Corol'aire. Une rencontre a déjà eu lieu avec Edith Cirot et Didier Moreau, à L'EMF de Poitiers, pour discuter de cette exposition. Une demande a été faite auprès d'eux pour réaliser des anamorphoses sur les passages piétons.

Il faudra aussi prévoir un budget pour l'achat de documents afin d'enrichir les connaissances du groupe de travail sur le sujet.

Et pour finir un conseil aux personnes qui s'occupent des expositions dans l'association : bien recenser le nom des personnes qui doivent garder du matériel afin de s'y retrouver.

Rallye

Les épreuves d'entraînement et les courriers ont été envoyés aux établissements. Les documents sont mis en ligne sur notre site. L'équipe est en attente maintenant des inscriptions. Il faudra contacter l'AMOPA qui souhaite continuer à sponsoriser l'événement.

Question d'actualités

Dans une note récente de la DEPP, un premier bilan est fait des deux premières années de la réforme des lycées au niveau des horaires. Il apparaît que le nombre d'heures dispensées par les enseignants de mathématiques a baissé de 18 % en deux ans. Historique !

Il a été aussi évoqué la réforme du CAPES de mathématiques, avec pour la partie disciplinaire une réduction à une seule épreuve écrite et à une seule épreuve orale. Le reste étant constitué d'un dossier à réaliser et d'un entretien sur le métier d'enseignant.

Ru – Bri – COLLAGE

Frédéric de Ligt

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur … Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Pour ouvrir cette rubrique de nouvelle d'année, voici un texte envoyé par Jean-Christophe Laugier à propos de l'axiome des segments emboîtés.

On présente généralement ℝ comme un corps commutatif, totalement ordonné, archimédien, vérifiant l'un ou l'autre des axiomes supplémentaires suivants.

Axiome de la borne supérieure : toute partie non vide majorée de ℝ possède une borne supérieure.

Axiome des segments emboîtés : toute suite d'intervalles fermés bornés de ℝ, décroissante par inclusion, possède une intersection non vide (réduite donc à un point si la suite des longueurs des intervalles tend vers 0).

Si on l'adopte, ce dernier axiome, outre qu'il est plus intuitif que l'axiome de la borne supérieure, se révèle un outil puissant à l'origine de la méthode de dichotomie qui permet de montrer de manière constructive l'existence de certains objets.

Pour illustrer ce qui précède, voici deux exemples de démonstrations inhabituelles de résultats classiques mettant en œuvre l'axiome des segments emboîtés.

1) *Toute suite de Cauchy est convergente*

Soit (x_n) une suite de Cauchy de nombres réels. Il est aisé de montrer que (x_n) est bornée. Soit alors $[a\ ;\ b]$ un intervalle contenant tous les termes de (x_n). Posons $I_0 = [a\ ;\ b]$. Découpons I_0 en trois intervalles $[a\ ;\ c]$, $[c\ ;\ d]$ et $[d\ ;\ b]$.

Puisque la suite (x_n) est de Cauchy, les intervalles $[a\ ;\ c]$ et $[d\ ;\ b]$ *ne peuvent contenir tous les deux* une infinité de termes de la suite. Supposons par exemple que $[a\ ;\ c]$ ne contienne qu'un nombre fini de termes de la suite. Posons $I_1 = [c\ ;\ b]$. I_1 contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini. On peut donc construire ainsi, par récurrence, une suite (I_n) d'intervalles emboîtés telle que la longueur de I_{n+1} soit $\frac{2}{3}$ de la longueur de I_n et chaque I_n contient tous les termes de la suite (x_n) sauf un nombre fini d'entre eux. Soit x l'unique point commun à tous les I_n. Tout voisinage de x contient un I_n pour n assez grand, donc tous les termes de (x_n) sauf un nombre fini. Par conséquent $\lim x_n = x$.

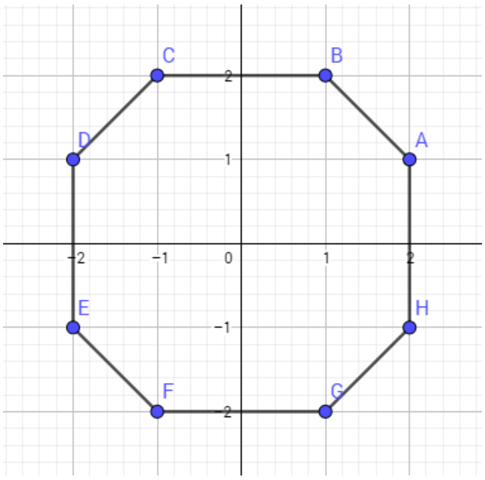
2) <u>*ℝ n'est pas dénombrable*</u>

Il suffit de prouver que $[0\ ;\ 1]$ n'est pas dénombrable. On le démontre par l'absurde. Supposons donc que la suite (x_n), pour n entier, soit une énumération de $[0\ ;\ 1]$. Posons $I_0 = [0\ ;\ 1]$. On peut trouver un intervalle fermé borné I_1 de longueur inférieure ou égale à ½, inclus dans I_0 et ne contenant pas x_0. De même on peut trouver I_2 de longueur inférieure ou égale à ¼, inclus dans I_1 ne contenant ni x_0, ni x_1. On construit ainsi par récurrence une suite d'intervalles emboîtés (I_n) telle que la longueur de I_n soit inférieure ou égale à $1/2^n$ et I_{n+1} ne contient aucun des termes x_0, x_1, …, x_n. Soit a le point d'intersection des intervalles I_n. Il existe alors p tel que $a = x_p$. Donc a n'appartient pas à I_{p+1} ce qui est contradictoire avec la définition de a.

Remarque : on a supposé implicitement dans ce qui précède que tout intervalle $]a\ ;\ b[$ avec $a < b$ est non vide. C'est l'axiome d'Archimède qui permet de le démontrer, en supposant également que ℝ contient au moins deux éléments distincts !

Des problèmes

127-1 *proposé par Jacques Chayé (Poitiers)* :
Par quelle équation caractériser ce polygone ?

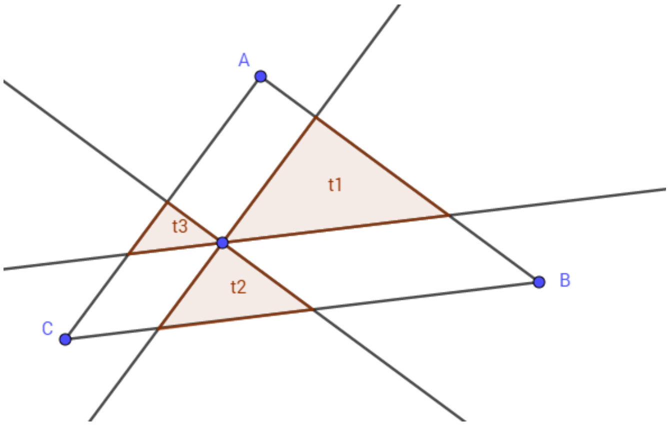


127-2 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Montrer que la série suivante converge vers une limite à déterminer :

$$\frac{1}{1}+\frac{2}{2+3}+\frac{3}{4+5+6}+\frac{4}{7+8+9+10}+\cdots$$

127-3 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
On a tracé les droites parallèles aux côtés du triangle ABC passant par un point intérieur au triangle. Il apparaît trois triangles t_1, t_2 et t_3 d'aires respectives T_1, T_2 et T_3. Si on note S l'aire du triangle ABC, montrer qu'alors :

$$\sqrt{S}=\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}+\sqrt{T_3}$$

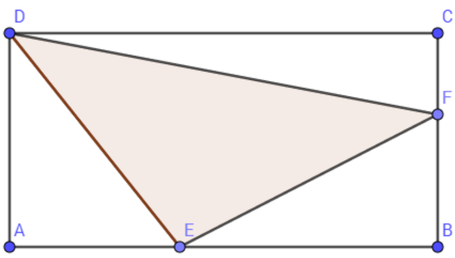


127-4 *proposé par Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :
Montrer que pour tout entier n > 0, il existe des entiers x_1, x_2, ..., x_n tels que :

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = x_1x_2\ldots x_n.$$

Des solutions

120-1 *Proposé par Dominique Gaud :*
Que d'or !
ABCD est un rectangle.
1- Où placer E et F pour que les trois triangles DCF, FBE et AED aient la même aire ?
2- Comment choisir alors le rectangle pour qu'en plus DE = EF ?
3- Que dire alors du triangle DEF ?



Solution de Jacques Chayé

1) Position de E et F

Posons : AB = L, BC = λ, AE = x, BF = y. En considérant les doubles des aires des triangles AED, EBF et FCD, on a :

$$\lambda x = (L - x)y = (\lambda - y)L$$

On a donc : $y = \lambda - \frac{\lambda}{L}x$, par suite :

$$\left(\lambda - \frac{\lambda}{L}x\right)(L - x) = \lambda x.$$

Après développement et simplifications, on obtient :

$$x^2 - 3Lx + L^2 = 0.$$

Des deux racines de cette équation, seule convient $\frac{3L - L\sqrt{5}}{2}$. Finalement, les positions des points E et F sont déterminées par AE = $\frac{3-\sqrt{5}}{2}L$ et BF = $\lambda - \frac{(\sqrt{5}-1)\lambda}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\lambda$.

Remarque : Φ désignant le nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ on voit que $\frac{BF}{AE} = \frac{\lambda}{L}\Phi$ et que la valeur commune aux aires des 3 triangles est $\frac{\lambda L}{1+\Phi}$.

2) Nature du rectangle ABCD si DE = EF

On a toujours :

$$DE^2 = \lambda^2 + \frac{(3-\sqrt{5})^2}{4}L^2 = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}L^2 + \lambda^2$$

et

$$EF^2 = \left(L - \frac{3-\sqrt{5}}{2}L\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\lambda\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}L\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\lambda\right)^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}(L^2+\lambda^2).$$

Donc, DE = EF si et seulement si : $\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2} - \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)L^2 = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} - 1\right)\lambda^2$,

soit :

$$(2-\sqrt{5})L^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}\lambda^2 \text{ c'est-à-dire : } \frac{L^2}{\lambda^2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \Phi^2.$$

Conclusion : DE = DF si et seulement si : $\frac{L}{\lambda} = \Phi$ et alors $DE^2 = EF^2 = (5-\sqrt{5})\lambda^2/2$.

3) Nature du triangle DEF

On vérifie que $DF^2 = DE^2 + EF^2 = (5-\sqrt{5})\lambda^2$ et donc le triangle DEF est isocèle mais aussi rectangle en E.

122-3 *proposé par Jacques Chayé* :
Approximations rationnelles de $\sqrt{2}$.
Il n'existe pas de couple (a, b) d'entiers naturels vérifiant $a^2 = 2b^2$; on peut toutefois rechercher les couples vérifiant $a^2 = 2b^2 + 1$ (1) ou $a^2 = 2b^2 - 1$ (2).

Solution de l'auteur
En cherchant les premiers couples (a, b) d'entiers naturels vérifiant les équations (1) ou (2) on trouve (1, 1) ; (3, 2) ; (7, 5) ; (17, 12) ; (41, 29) ; (99, 70) ; (239, 169) ; (577, 408) ; ..., où les couples sont alternativement solutions des équations (2) et (1). Si l'on présente ces solutions sous forme de fractions on a :

$$\frac{1}{1}\ ;\ \frac{3}{2}\ ;\ \frac{7}{5}\ ;\ \frac{17}{12}\ ;\ \frac{41}{29}\ ;\ \frac{99}{70}\ ;\ \frac{239}{169}\ ;\ \frac{577}{408}\ ;\ \ldots$$

On considère maintenant ces fractions comme les premiers termes d'une suite (u_n).

Comment passe-t-on du terme u_n au terme suivant u_{n+1} ?

Il semblerait, après quelques essais numériques, que si $u_n = \frac{a}{b}$, alors $u_{n+1} = \dfrac{a+2b}{a+b} = \dfrac{\frac{a}{b}+2}{\frac{a}{b}+1} = \dfrac{u_n+2}{u_n+1}$.

On vérifie qu'avec une telle suite, on se trouve alternativement dans le cas (1) et dans le cas (2).

En effet, avec les notations ci-dessus :
Dans le cas (1) pour u_n on a $a^2 = 2b^2 + 1$, alors :

$$(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 = 6b^2 + 4ab + 1\ ;$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 3b^2 + 2ab + 1.$$

Donc, $(a + 2b)^2 = 2(a + b)^2 - 1$, on est alors dans le cas (2) pour u_{n+1}.

Dans le cas (2) pour u_n on a $a^2 = 2b^2 - 1$, alors :

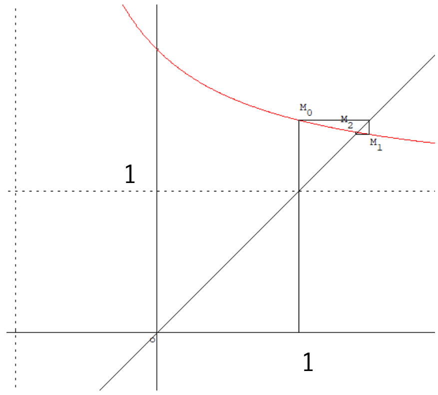
$$(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 = 6b^2 + 4ab - 1\ ;$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 3b^2 + 2ab - 1.$$

Donc, $(a + 2b)^2 = 2(a + b)^2 + 1$, on est alors dans le cas (1) pour u_{n+1}.

Les termes de cette suite sont alternativement inférieurs ou supérieurs à $\sqrt{2}$.
si $u_n > \sqrt{2}$ alors $u_n + 1 > 1 + \sqrt{2}$, $\dfrac{1}{u_n+1} < \sqrt{2}-1$, $\dfrac{u_n+2}{u_n+1} < \sqrt{2}$, soit : $u_{n+1} < \sqrt{2}$.
De même, si $u_n < \sqrt{2}$, alors $u_{n+1} > \sqrt{2}$.
Pour tout entier n on a u_{n+1} est plus proche de $\sqrt{2}$ que u_n.
$u_{n+1}^2 - 2 = \dfrac{u_n^2+4u_n+4-2u_n^2-4u_n-2}{(u_n+1)^2} = \dfrac{-u_n^2+2}{(u_n+1)^2}$, donc, comme $u_n + 1 > 1$, $\left|u_{n+1}^2-2\right| < \left|u_n^2-2\right|$.
La suite (u_n) converge vers $\sqrt{2}$
La suite $n \to \left|u_n^2-2\right|$ est minorée par 0 et strictement décroissante d'après ce qui précède ; elle converge donc et la suite (u_n) également.
Vue la définition récurrente de cette suite (u_n) et puisque $u_0 = 1$, on est sûr que sa limite λ est positive.
On a : $\dfrac{\lambda+2}{\lambda+1} = \lambda$ c'est-à-dire : $\lambda^2 = 2$, et puisque $\lambda > 0$ on peut conclure : $\lambda = \sqrt{2}$.

Interprétation graphique

Les points M_0 , M_1 , M_2 , ... M_n sur la courbe d'équation $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ ont pour abscisses respectives u_0, u_1, u_2, ..., u_n et pour ordonnées respectives u_1, u_2, u_3, ..., u_{n+1}.



123-3 *Proposé par Frédéric de Ligt :*
Le Cube Twist d'Eitan.
Peut-être connaissez-vous cet avatar du célèbre Rubik's Cube hongrois où la face supérieure est twistée d'un quart de tour. La boîte d'emballage est cubique.
Quel est le pourcentage de volume occupé par ce cube twisté quand il est dans son emballage ?

Solution de l'auteur

On fixe le côté de la boîte à 1. On attache un repère orthonormé direct (A ; B, D, D') à ce solide. La base est le carré ABCD avec :

A(0 ; 0 ; 0), B(1 ; 0 ; 0), C(1 ; 1 ; 0), D(0 ; 1 ; 0).

La face supérieure est le carré A'B'C'D' avec :

A'(1 ; 0 ; 1), B'(1 ; 1 ; 1), C'(0 ; 1 ; 1), D'(0 ; 0 ; 1).

Une coupe parallèle à la base, à la hauteur $h\in[0 ; 1]$ détermine un quadrilatère convexe. La symétrie d'ordre 4 du problème permet d'en déduire qu'il s'agit d'un carré A"B"C"D" avec A", B", C" et D" appartenant respectivement aux segments [AA'], [BB'], [CC'] et [DD']. On a A"(h ; 0 ; h) et B"(1 ; h ; h). L'aire du carré à la hauteur h est donnée par l'expression $A"B"^2 = (1 - h)^2 + h^2 = 2h^2 - 2h + 1$. Le volume du cube twisté vaut donc $\int_0^1 (2h^2-2h+1)\,dh = [\frac{2}{3}h^3 - h^2 + h]_0^1 = \frac{2}{3}$
Soit les deux tiers du volume de la boîte.

126-2 *Proposé par Jean-Christophe Laugier :*
Soient a, b, c des réels positifs ou nuls. Démontrer l'inégalité :

$$(2a + b + c)(a + 2b + c)(a + b + 2c) \geq 64abc$$

Solution de Louis Rivoallan
Soit $f(a, b, c) = (2a + b + c)(a + 2b + c)(a + b + 2c) - 64abc$.

On veut montrer que $f(a, b, c) \geqslant 0$. On pose $x = b/a$ et $y = c/a$ et $g(x, y) = f(a, b, c)/a^3$.

Alors $g(x, y) =(2 + x + y)(1 + 2x + y)(1 + x + 2y) - 64xy$.

On calcule le grad $g(x, y) = \begin{pmatrix} 7+14x+14xy+6x^2-48y+7y^2 \\ 7+14y+14xy+6y^2-48x+7x^2 \end{pmatrix}$

On peut remarquer que $g(1, 1) = (0 ; 0)$. 5999

On calcule alors la matrice Hessienne de g :

$$g''_x(x,y) = 12x + 14y + 14$$
$$g''_y(x,y) = 14x + 12y + 14$$
$$g''_{xy}(x,y) = 14x + 14y - 48$$

,

Au point de coordonnées (1 ; 1) cela donne :

$$g''_x(1,1) = g''_y(1,1) = 40 \text{ et } g''_{xy}(1,1) = -20 .$$

La matrice hessienne est :

$$\begin{pmatrix} 40 & -20 \\ -20 & 40 \end{pmatrix}$$

Le déterminant et la trace sont strictement positifs. Cela montre que le point de coordonnées (1 ; 1) est un minimum de *g*. Or *g*(1, 1) = 0, donc *g*(*x*, *y*) ≥ 0, et par suite *f* (*a*, *b*, *c*) ≥ 0.

Solution de Frédéric de Ligt

À partir de l'inégalité entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique on tire que, pour $x_i \geq 0 \,;\, i \in [1;4]$ on a toujours $\left(\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}\right)^4 \geq x_1 x_2 x_3 x_4$.

Avec *a*, *b*, *c* ≥ 0 on peut écrire successivement :

$$\left(\frac{a+a+b+c}{4}\right)^4 \geq aabc ,$$
$$\left(\frac{a+b+b+c}{4}\right)^4 \geq abbc ,$$
$$\left(\frac{a+b+c+c}{4}\right)^4 \geq abcc ,$$

En multipliant membre à membre ces quantités positives on obtient :

$$\left(\frac{(2a+b+c)(a+2b+c)(a+b+2c)}{4^3}\right)^4 \geq a^4 b^4 c^4 .$$

Et finalement : $(2a + b + c)(a + 2b + c)(a + b + 2c) \geq 64abc$.

TeSCiA, ou la privatisation des certifications

Sébastien Dassule-Debertonne

L'AORES (Association pour une Orientation Raisonnée vers l'Enseignement supérieur Scientifique) propose aux élèves de Terminale ayant choisi la spécialité Mathématiques de certifier de leur niveau de mathématiques.

Pour se faire, le test, appelé TeSciA (Test Scientifique Avancé) se composent de deux épreuves d'1 h 30. La première s'appelle Mathématiques Générales, la seconde se différencie en Mathématiques Générales Avancées ou Mathématiques Expertes. Le programme des épreuves, disponibles sur le site de l'association, est le même que celui des épreuves de spécialités (augmenté de 4 items de l'option Maths Expertes pour la seconde épreuve idoine). D'ores et déjà, on peut s'interroger sur l'intérêt d'un tel test dans le cadre de l'orientation puisque les notes des épreuves de spécialités sont intégrées à Parcoursup, de même que celles de Maths Expertes. L'information existe donc déjà. Même peut-être suis-je un esprit perfide qui voit le mal partout ?

En langues, ce genre de test existe depuis plusieurs années maintenant et on ne s'étonne plus de voir des élèves passer le TOEIC, la certification Cambridge ou la certification Voltaire. Ce TeSciA —qui porte mal son nom puisqu'il ne teste que les mathématiques— n'est donc que le nouveau né de cette famille. Il porte avec lui la petite rengaine qui enfle : l'école n'est plus celle de l'excellence ; pour vous distinguer, passer ce test dont le prix garantit la valeur. « Plutôt que d'offrir l'excellence au plus grand nombre, ne donnons que des moyens restreints à tous, les meilleurs s'offriront des cours et passeront des tests », conclus-je, dans un raisonnement cynique. Meilleurs ne signifiant pas nécessairement ici très bon au regard de la discipline !

Peut-être ai-je fait jusqu'ici un procès d'intentions.

L'équipe de l'AORES, telle qu'elle se présente sur son site internet, comporte 6 personnes, parmi lesquelles 5 enseignants dont trois sont retraités. On peut louer leur diversité de parcours (issus de l'ENS Ulm ou Lyon pour la plupart, tous enseignants dans des « grands » établissement tels que Louis le Grand, ou Montaigne à Bordeaux, tous sauf 1 en MP ou MP*). Nul doute que la prise en compte de la diversité des élèves, dans leur information, leur capacité à croire en eux, a été prise en compte… pour mieux se dire que ce test facilitera l'entre-soi. Surtout lorsque l'association s'appuie sur la possibilité d'intégrer ces résultats dans Parcoursup avec certification anonyme. Mais ce n'est là certainement que le fruit de mon jugement fielleux.

Alors non, je ne présenterai pas ce test à mes élèves, dussent-ils alors ne pas intégrer une prépa prestigieuse. Je tiens trop à la richesse de la diversité, au projet d'excellence pour tous pour entrer dans ces petites logiques de sélection. Je préfère travailler à retrouver des conditions d'exercices qui profitent à tous et qui permettent aux élèves de tirer partie de leur formations dans les établissements scolaires et de donner à celle-ci tout le crédit qui lui sied.

Bonne nouvelle. Ce test ne durera pas. Le ministère nous prouve ces derniers jours combien tout va mieux pour l'enseignement des mathématiques. Perfidie, toujours !

Suite de l'édito

Après cette entrée en matière, passons maintenant au plat de résistance. Le nombre d'heures dispensées par les enseignants de mathématiques en première et en terminale a baissé de 18 % entre 2018 et 2020. Vous avez bien lu ! Un cinquième des heures de mathématiques dispensées en moins en seulement deux années. De nombreux élèves ont fait le choix d'arrêter complètement les mathématiques en fin de seconde. Et parmi ces heures, celles consacrées uniquement aux mathématiques ont subi un baisse encore plus sévère. Pour compléter leur service les enseignants de mathématiques sont contraints d'assurer des cours de SNT, de NSI, d'enseignement scientifique et aussi quelques heures de ménage en plus le soir (on va y arriver).

Voilà pour ce qui concerne les horaires. Maintenant du côté des programmes proposés aux élèves, le niveau de celui de mathématiques en première spécialité, qui doit s'adresser à priori aux élèves qui auraient auparavant choisi la filière ES ou S, est trop difficile pour la majorité des élèves, cela se sait et se dit et dissuade du coup nombre des élèves de seconde de faire ce choix de spécialité.

Autre point inquiétant. La structure classe ayant été atomisée, les disciplines scientifiques sorties du tronc commun à partir de la première, les enseignants de mathématiques et plus généralement les enseignants des disciplines scientifiques ne sont plus ou presque des professeurs principaux des classes de première ou terminale. La présence aux conseils de classe en première ou terminale est devenue problématique et toujours non résolue. Les conseils pour l'orientation des élèves s'en trouvent fortement biaisés.

Je suis inquiet. La relève scientifique, dont notre pays a besoin pour affronter les défis technologiques qui l'attendent, ne semble pas pouvoir être assurée avec cette nouvelle organisation du lycée qui privilégie trop nettement l'économie et les sciences sociales.

Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
11 Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél. : apmep.poitiers@free.fr
Tél. : 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication
F. de Ligt
Comité de rédaction
F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne,
J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon.
Imprimerie
IREM de Poitiers. Adresse ci-dessus.

Éditeur
APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Siège Social
Voir adresse ci-dessus
Dépôt légal
Décembre 2021