Régionale APMEP de Poitou - Charentes
APMEP

Corol’aire

Septembre 2021 n°126

Notre Régionale a de l’estomac

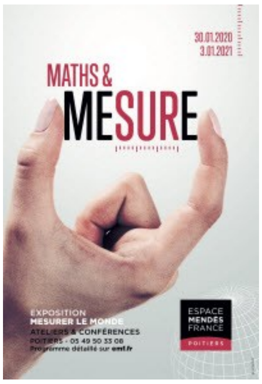
Frédéric de Ligt

Même si les conditions de travail et de réunion sont compliquées, toute l’équipe organisatrice de la Régionale est mobilisée pour accomplir les tâches qu’elle s’est fixée. Et elles ne sont pas minces en cette année scolaire : réussir la journée de la Régionale en novembre, redynamiser le rallye après la baisse de participation l’an passé pour cause de crise sanitaire, continuer à publier le bulletin Corol’aire au même rythme, lancer un groupe de travail pour la conception d’une nouvelle exposition et, enfin, le gros morceau à avaler, préparer nos Journées Nationales à Jonzac. Cela ne va pas être une année de tout repos, surtout pour ceux qui sont en activité et qui doivent absorber de surcroît les multiples demandes institutionnelles liées aux réformes. Mais comme les différents chantiers avancent à un rythme satisfaisant, il n’y a pas lieu de se stresser … pour l’instant !

Je voudrais donc remercier publiquement toute la valeureuse équipe qui œuvre bénévolement au sein de notre Régionale pour l’avancement de tous ces projets, dans la bonne humeur, la compétence et l’amour du métier. Une mention spéciale pour nos retraités qui occupent une place essentielle dans l’organisation. Leur aide et leur expérience sont indispensables au bon fonctionnement de notre association.

Quant à vous, lecteurs, si vous habitez dans le sud de l’académie, je compte sur vous, le moment venu, pour nous aider au moment des Journées Nationales. Nous aurons besoin de bras pour accueillir les collègues qui arriveront de tous les coins de l’hexagone et même d’au-delà des mers.

Sommaire



Journée de la Régionale

Mercredi 17 novembre 2021

IFMI—Université de Poitiers

(site du Futuroscope)

Programme de la journée

9 h 00 : Accueil café

9 h 15 : Ouverture

9 h 45 : Atelier

1) Visite de l'expo (Collège-Lycée)
2) JEUX-Écollège 4
3) Les grandeurs (Cycle 3)

11 h 45 : AG de l'association

13 h : Repas

14 h 15 : Atelier 2

4) Exploitation expo (Lycée)
5) Visite expo (École-Collège)
6) Logique en seconde
7) Instruments (Collège)

15 h 45 : Atelier 3

8) Exploitation expo (Collège)
9) Histoire des mathématiques
10) Les grandeurs (Cycle 4)
11) Instruments (Collège)

Présentation des ateliers

2) JEUX-Écollège 4

Mais pourquoi JEUX-Écollège ? Drôle de nom, pensez-vous ! Les brochures JEUX-École 1, 2 et 3 concernent essentiellement les cycles 2 et 3. La brochure JEUX-École 3 porte sur les nombres et le calcul. La Brochure JEUX-Écollège 4 porte essentiellement sur l'algorithmique. Mais avec la progressivité des activités dans chaque jeu, d'un cycle à l'autre, celles envisagées pour le cycle 3 peuvent très bien être proposées en cycle 4 et certaines lui sont même spécifiques. L'atelier consistera à présenter cette brochure dont les activités permettent de faire de l'algorithmique sans matériel informatique : des activités en « débranché ». Elle sera en vente au stand de l'APMEP.

4) et 8) Exploitation pédagogique de l'exposition

Comment faire visiter l'exposition "Maths et Mesure" à nos classes ?

À l'aide d'un Escape Game (adaptable à différents niveaux), nous vous proposerons de retracer (succinctement) l'histoire de l'invention du mètre et de tirer profit des multiples manipulations proposées dans l'exposition en lien avec les programmes.

6) Logique en seconde

« Faire des mathématiques, c'est empiler des notions abstraites, faire du lego de concept » dit Cédric Villani dans ses « Mathématiques de la chauve-souris ». La démonstration s'inscrit dans la compétence "raisonner" du cycle 4 et dans le paragraphe « vocabulaire ensembliste et logique » du nouveau programme de Seconde.

L'atelier consistera en une présentation historique de l'arrivée de la logique dans la construction des mathématiques, une recherche de situations qui permettent de travailler le distinguo hypothèse/conclusion, appliquer un théorème, chercher un contre-exemple… et des propositions de situations. Tous publics, avec usage pédagogique davantage ciblé sur 3e et 2nde;

7) et 11) Instruments (Collège) Mathématiques à voir et à toucher.

Des instruments utilisés dans les métiers anciens (XVe et +) et actuels pour des expériences en classe aux cycles 3 et 4. Les instruments sur les Longueurs seront à manipuler pour des expériences diverses commentées : sans ou avec mesure, directe ou indirecte.

9) Histoire des mathématiques

« Pistes pour l'utilisation de l'histoire des maths au lycée, en classe et pour le Grand Oral »;

Après une rapide présentation des items d'histoire des programmes de lycée, nous verrons quelques exemples de documents utilisés en classe (en seconde, première ou terminale) pour aborder des notions du programme.

En nous appuyant sur des exemples de sujets de Grand Oral proposés par des élèves en juin 2021, nous discuterons des apports de l'histoire des mathématiques et des éventuelles difficultés que cela peut soulever.

Rallye

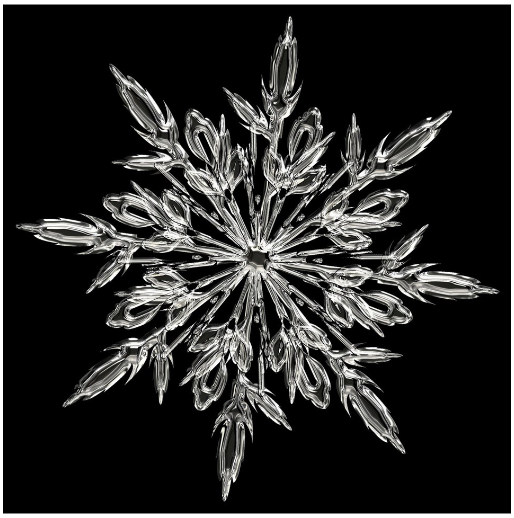
Groupe Rallye

Le Rallye : c'est parti !

Après un an de réunions « à distance », nous nous sommes enfin retrouvés en chair et en os (mais toujours masqués) le mercredi 15 septembre après-midi à Poitiers pour la première réunion de l'année.

Bienvenue à Céline que nous avons le plaisir d'accueillir dans l'équipe !

Nous avons établi le calendrier, constitué les équipes de travail, choisi les livres que nous proposerons comme lots grâce à la subvention que nous attribue l'IREM&S de Poitiers.



L'épreuve finale aura lieu le mardi 8 mars 2022 et la remise des prix se déroulera à l'université de Poitiers début juin.

Nous devons maintenant élaborer notre partie thème pour l'épreuve d'entraînement qui sera disponible fin novembre sur notre site. Il s'agit de décliner les liens entre « Maths et nature » du CM à la seconde !

Tout ce travail doit être finalisé pour la fin novembre, nous avons beaucoup d'idées, il va falloir les organiser, voire les élaguer…

Petite enquête sur les polyèdres

Dominique Gaud, Jean-Paul Guichard

Épisode 4 : La formule d'Euler-Descartes

Dans un polyèdre qui a s sommets, f faces et a arêtes la formule d'Euler-Descartes s'énonce :

$$s + f = a + 2.$$

Force est de constater en reprenant les polyèdres cités dans l'épisode 3, que cette relation est loin d'être vérifiée par tous les polyèdres. Essayons d'y voir plus clair dans sa genèse.

- 1750 : année de la découverte de la relation par Euler.
- 1813 : on découvre qu'elle ne s'applique pas à tous les polyèdres.
- 1847 : Von Staudt donne les hypothèses sous lesquelles peut s'appliquer le théorème.
- 1850 : Schläfli[1] le généralise pour les espaces à n dimensions[2].
- 1860 : redécouverte des travaux de Descartes.
- Généralisation Euler-Poincaré.

En 1750 Euler se propose d'établir une classification des polyèdres et présente ce travail à l'académie des Sciences de Berlin mais c'est dans une lettre à Golbach, peu avant, qu'il mentionne pour la première fois ce théorème mais où il avoue ne pas posséder de démonstration valable. Dans un second mémoire, il donne une démonstration en partie erronée car elle ne concerne qu'une certaine catégorie de polyèdres.

Voici ce qu'en dit Lebesgue[3] :

> *Euler énonce le théorème et déclare n'en avoir pu obtenir de démonstration. Puisque ce n'est pas la démonstration qui a conduit Euler au théorème, comment l'a-t-il deviné ? Comme beaucoup de Géomètres des XVII^e et XVIII^e siècles, Euler a essayé d'étudier les polyèdres, ces êtres mathématiques connus depuis les Grecs et sur lesquels on ne sait à peu près rien dire d'autre que leur définition. Pour voir clair dans cet amas désordonné de figures, il faudrait savoir énumérer les divers polyèdres ou tout au moins savoir les classer en familles homogènes et par suite s'occuper de la détermination des polyèdres. On rechercha donc, parmi les très nombreuses grandeurs attachées à un polyèdre (nombres de sommets, d'arêtes, de faces, aire des faces, longueur des arêtes, angles des faces, angles dièdres, etc.), quelles sont celles qu'on peut regarder comme principales parce qu'elles déterminent les autres.*

[1] Ludwig Schläfli (1814-1895) mathématicien suisse.

[2] D'après Jean Claude Pont

[3] Remarques sur les deux premières démonstrations du théorème d'Euler relatif aux polyèdres. http://www.numdam.org/article/BSMF_1924__52__315_1.pdf

Euler ne savait pas que cette relation avait été plus ou moins[4] trouvée par Descartes. Dans une communication faite le 10 février 1890, De Jonquières fait état d'une note[5] de Descartes restée longtemps inédite qui n'est réapparue qu'en 1860 grâce à Foucher de Careil[6].

Résumons :

- 1650 : Descartes meurt en Suède.
- 1653 : Les affaires de Descartes sont rassemblées et rallient Paris par bateau. Malheureusement, le débarquement à Paris se passe mal et les malles de Descartes tombent à l'eau où elles resteront trois jours causant des dommages très importants aux manuscrits.
- 1676 : Leibniz[7], de passage à Paris, prend connaissance de ce manuscrit et en fait une copie. Le manuscrit original de Descartes disparaît et n'a jamais été retrouvé à ce jour.
- 1860 : Foucher de Careil[8] retrouve la copie faite par Leibniz parmi d'autres écrits de ce dernier.
- 1890 : De Jonquières fait une communication pour attribuer à Descartes la paternité de la formule.

Si on s'accorde pour dire que Descartes a découvert la fameuse formule, il est des mathématiciens comme Lebesgue qui prétendent qu'il n'en est rien. Pour Lebesgue, Descartes n'a pas énoncé le théorème ; il ne l'a pas vu.

Que montre **Descartes**[9] :

- Que l'angle droit étant pris pour unité, la somme des angles S de toutes les faces d'un polyèdre convexe est égale à 4 fois le nombre s de sommets diminué de 2 : $S = 4(s - 2)$.
- Désignant par B le nombre des angles plans du polyèdre, nombre égal à $2a$ (a nombre d'arêtes du polyèdre), il montre que $(S + 4f)/2= B = 2a$.

De là on peut déduire que $s + f = a + 2$ **ce que Descartes ne fait pas**.

On sait que les discours mathématiques de Descartes sont très elliptiques et le lecteur doit beaucoup œuvrer pour essayer de suivre les méandres de sa pensée car Descartes n'entre pas souvent dans les détails. Ne doit-on pas se souvenir de la dernière phrase de sa Géométrie ?

> *Et j'espère que mes neveux[10] me sauront gré, non seulement des choses que j'ai ici expliquées ; mais aussi de celles que j'ai omises volontairement, afin de leur laisser le plaisir de les inventer.*

---

[4] Ceci sera expliqué.

[5] *De solidorum elementis* qui est une œuvre de jeunesse de Descartes.

[6] Louis-Alexandre Foucher de Careil,(1826-1891) diplomate et homme politique français.

[7] Gottfried Wilhem Leibniz, mathématicien et philosophe allemand (1646-1716)

[8] Luis Alexandre Foucher de Careil (1826-1891) diplomate et homme politique français.

[9] https://fr.wikisource.org/wiki/Page:Descartes_-_%C5%92uvres,_%C3%A9d._Adam_et_Tannery,_X.djvu/276

10 Par *mes neveux*, il faut entendre *mes successeurs*.

Alors Descartes a-t-il découvert la relation à laquelle son nom est associé ? Le lecteur se fera son opinion.

On peut aussi remarquer que Leibniz, en lisant les notes de Descartes aurait pu lui aussi trouver la fameuse formule et ne l'a pas fait.

Legendre, en 1794, donne une démonstration qui ne s'applique qu'aux polyèdres convexes. Pour cela il utilise d'abord des résultats issus de la géométrie sphérique. En voici les étapes :

- La surface de la sphère est $4\pi R^2$.
- De même que les droites sont les plus courts chemins du plan, les grands cercles sont les plus courts chemins de la sphère (géodésiques) et ainsi un triangle ou un polygone sphérique sera formé d'arcs de grands cercles de la sphère.
- L'angle entre deux arcs de cercles est l'angle des tangentes donc correspond à la notion d'angle plan. Ainsi si deux arcs de cercles se coupent en un point la somme des angles sera 2π.
- L'aire d'un « polygone sphérique » est $(S - (m - 2)\pi)R^2$, où S est la somme des angles, m le nombre de ses côtés.
- Si on a un pavage de la sphère (polyèdre sphérique) avec f faces, s sommets et a arêtes, la somme de tous les angles des « polygones » du pavage est égal à S soit $2s$ où s est le nombre de sommets car la somme des angles autour d'un sommet est 2π.
- Ainsi l'aire totale de la sphère est :

  $$4\pi R^2 = (S - (m - 2)\pi)R^2, \text{ soit } 4\pi R^2 = (2s - (2a - 2f)\pi)R^2$$

  car la somme du nombre des côtés des polygones est $2a$ et la somme porte sur le nombre f total de faces. Soit $2 = s + f - a$ qui est notre formule valable pour les pavages de la sphère.

Voici l'idée de Legendre[11] qui permet de conclure pour les polyèdres convexes :

> *Prenez au dedans du polyèdre, un point d'où vous mènerez des lignes droites au sommet de tous ses angles, et imaginez ensuite que du même point comme centre, on décrive une surface sphérique qui soit rencontrée par toutes ces lignes en autant de points ; joignez-les par des arcs de grands cercles, de manière à former sur la surface de la sphère des polygones correspondants et en même nombre avec les faces du polyèdre…*

La conclusion est alors aisée car le polyèdre initial et « le polyèdre sphérique » (pavage de la sphère) ont les mêmes nombres de sommets, d'arêtes et de faces.

On dirait maintenant que la démonstration de Legendre repose sur le fait qu'un polyèdre convexe est homéomorphe à la sphère et donc que Legendre s'est placé dans un cadre topologique.

Poinsot, en 1809, fait remarquer que cette formule n'est pas seulement valable pour les solides convexes[12] mais pour tout solide *pourvu que l'on puisse trouver dans l'intérieur du*

[11] https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k202689z/f353.image.vertical, page 246

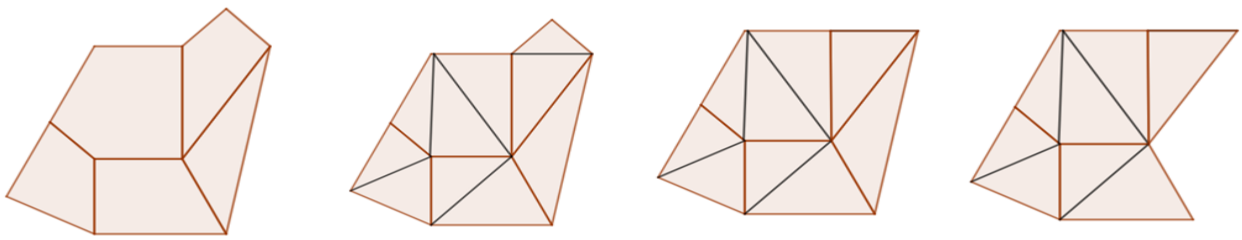
[12] le segment qui joint deux points intérieurs su solide est inclus dans le solide ce qui n'est pas la définition de Poinsot (voir épisode 2).

solide, un point qui soit le centre d'une sphère telle que les faces du solide y étant projetées par des lignes menées au centre, il n'y ait sur la sphère aucune duplicature de ces projections, je veux dire, pourvu qu'aucune face ne se projette, en tout ou partie sur la projection d'une autre[13].

Par ailleurs Poinsot se rend compte de la difficulté : *ce qui rend cette théorie des polyèdres difficile, c'est qu'elle tient essentiellement à une science presqu'encore neuve, que l'on peut nommer géométrie de situation*[14] *parce qu'elle a principalement pour objet, non pas la grandeur ou la proportion des figures, mais l'ordre et la situation des éléments qui la compose*[15]. D'ailleurs pour certains solides il trouvera une autre relation qui généralise celle d'Euler.

Cauchy, en 1811, donne plusieurs démonstrations dont une que l'on peut décrire ainsi :

- D'une surface du polyèdre enlevons une des faces, les faces restantes sont au nombre de $f - 1$.
- Nous étirons la surface restante à plat. Les faces et les arêtes vont se déformer mais les nombres de sommets s, d'arêtes a et de faces f -1 restent les mêmes.
- Nous triangulons les faces. En faisant ainsi on augmente a et f d'une unité mais $s - a + f$ reste inchangé.



- On enlève un à un les triangles ce qui fait disparaitre à chaque étape, soit une face et une arête, soit deux côtés, une face et un sommet, mais la quantité $s - a + f$ reste inchangée.
- À la fin reste un triangle pour lequel on a $s - a + f = 2$.

La relation est donc démontrée. Cette démonstration est aussi de nature topologique.

Pour nombre de mathématiciens du XIXe siècle la démonstration de Cauchy met un terme définitif à la polémique : la formule est démontrée.

Lhuillier[16]**, en 1812-1813**, va semer le doute en exhibant de nombreux contre-exemples comme le cube creux ou bien le cadre topologiquement équivalent à « l'arche de la Défense ». **Hessel, en 1862**, fournira les contre-exemples construits avec les deux tétraèdres vus dans l'épisode 3.

En 1847, Charles von Staudt[17] présente le théorème d'Euler muni d'hypothèses correctes : *Lorsque l'on peut joindre chaque sommet d'un polyèdre à tout autre par une ligne formée*

[13] https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k433667x/f48.image.r=journal%20de%20l&

[14] La géométrie de situation est ce qui sera appelée ultérieurement topologie.

[15] Cité par E. Prouhet : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9793232k/f5.item

[16] Simon Antoine Jean Lhuillier (1750-1840) mathématicien suisse.

[17] Karl Georges von Staudt (1798-1867) mathématicien allemand.

d'arêtes, et lorsque sa surface est partagée en deux parties par toute ligne fermée composée d'arêtes passant au plus une fois par un même sommet, le nombre e de sommets plus le nombre f des faces est égal au nombre k des arêtes moins 2.

Ces polyèdres seront dits eulériens.

Alors y a-t-il une formule générale valable pour tous les polyèdres ?

La réponse n'est pas simple et demande d'avoir recours à la topologie algébrique… ce qui dépasse le cadre de cet article.

Sitographie

Descartes : *De solidorum elementis* https://fr.wikisource.org/wiki/Page:Descartes_-_%C5%92uvres,_%C3%A9d._Adam_et_Tannery,_X.djvu/275

La traduction de Prouhet

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9793232k/f4.item

Cauchy : *Les polygones et les polyèdres, second mémoire*

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k90193x/f32.image

Euler Poincaré

http://analysis-situs.math.cnrs.fr/Un-invariant-topologique-la-caracteristique-d-Euler-Poincare-d-une-surface-fermee.html

http://www.sous-la-surface-les-maths.fr/app/uploads/2018/10/CaracteristiqueEP.pdf

De Jonquières : *Note sur un mémoire de Descartes longtemps inédit*.

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k30663/f286.image.n6

Lebesgue : *Remarque sur les deux premières démonstrations du théorème d'Euler*

http://www.numdam.org/article/BSMF_1924__52__315_1.pdf

Legendre : *Traité de géométrie* (page 226)

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k202689z/f333.image.vertical

Bibliographie

Jean Claude Pont, *Histoire de la topologie algébrique des origines à Poincaré*, PUF, 1974

Imre Lakatos, *Preuves et réfutations*, Hermann,1984

Rouche, *Traité de géométrie*, Gauthier-Villars, 1922

Ru – Bri – COLLAGE

Frédéric de Ligt

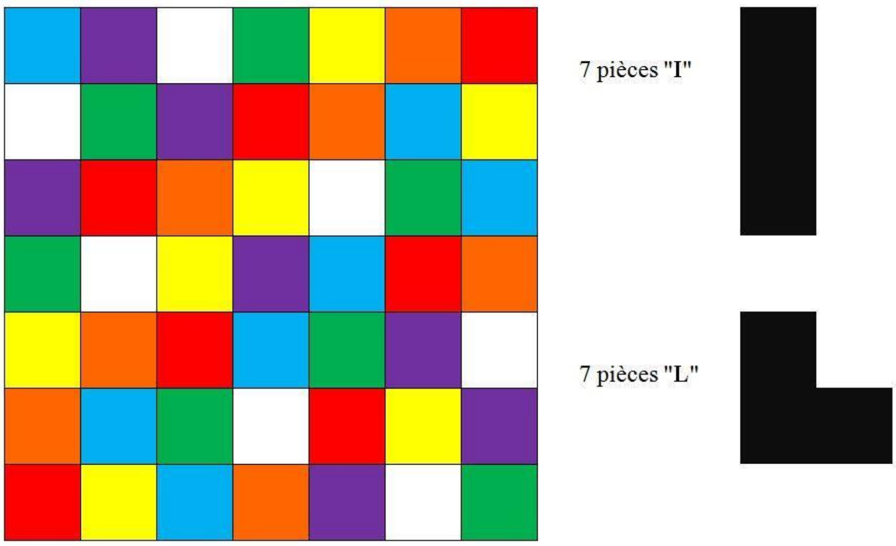
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur … Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

126-1 *proposé par Jean Fromentin (Niort)* :

Le Magic 7 est un jeu de plateau qui se joue sur une grille 7x7 sur laquelle sept couleurs différentes ont été réparties de façon à faire apparaître ces 7 couleurs sur chacune des lignes et sur chacune des colonnes. On dispose ensuite de 14 pièces en forme de I ou de L pouvant recouvrir trois pastilles colorées qu'il s'agira de placer selon certaines règles sur le plateau. Il n'est pas nécessaire de détailler ces règles car ce n'est pas l'objet de la question qui va suivre. En observant plus attentivement la répartition des 7 couleurs dans la grille, on peut se rendre compte que le concepteur du jeu a disposé les pastilles d'une même couleur symétriquement par rapport à l'une ou l'autre des deux diagonales. Il s'agit donc en quelque sorte d'un hyper carré latin.



La question : « Combien y a-t-il de plateaux différents au Magic 7 ? », qui serait la question naturelle associée à ce jeu, étant trop longue à étudier, on demande plus modestement :

Combien y a-t-il de plateaux différents au Magic 5 ?

126-2 *proposé par Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :

Soient a, b, c des réels positifs ou nuls. Démontrer l'inégalité :

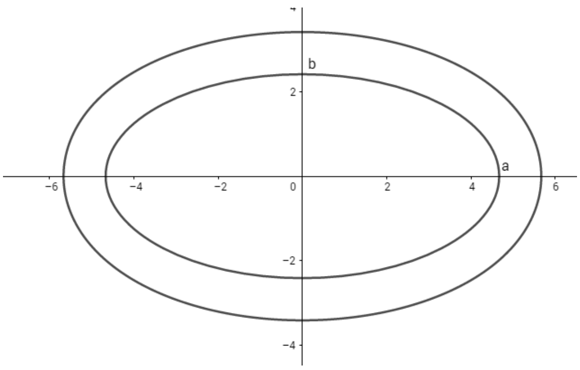
$$(2a + b + c)(a + 2b + c)(a + b + 2c) \geq 64abc$$

126-3 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Quelle est la probabilité de voir apparaître deux numéros consécutifs lors d'un tirage de 5 numéros dans une grille de Loto comportant 49 numéros ?

126-4 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Dans un repère orthonormé on considère une ellipse dont le grand axe est placé sur l'axe des abscisses et le petit axe sur celui des ordonnées. On désigne par a la longueur du demi-grand axe et par b celle du demi-petit axe. On porte sur chaque normale à l'ellipse et extérieurement à celle-ci une même longueur. Le lieu géométrique ainsi obtenu forme une courbe « parallèle » à l'ellipse. Si on note l la largeur de la bande qui ceinture maintenant cette ellipse, pouvez-vous donner une expression exacte ou à défaut approchée de l'aire de cette bande ?



126-5 *proposé par Louis Rivoallan (Rochefort)* :

MNPQ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R dont les diagonales [MP] et [NQ] sont orthogonales en un point A à l'intérieur du disque.
Montrer que les deux propriétés suivantes sont vérifiées :
$AM^2 + AN^2 + AP^2 + AQ^2 = 4R^2$
Le milieu de [OA] est l'isobarycentre de {M, N, P, Q}.

121-3 *Proposé par Louis Rivoallan :*
Dans l'ensemble des matrices carrées d'ordre n supérieur ou égal à 2 sur le corps des réels ou des nombres complexes, quelles sont les matrices M telles que pour toute matrice A on ait :

$$\det(A + M) = \det(A) + \det(M) ?$$

Solution de l'auteur
Soit M une matrice vérifiant la propriété demandée.
Alors d'une part,

$$det(\mathrm{M}+\mathrm{M}) = det(\mathrm{M}) + det(\mathrm{M}) = 2det(\mathrm{M}),$$

et d'autre part,

$$det(M+M) = det(2M) = 2^n \times det(M).$$

Comme $n \geqslant 2$,on en déduit que $det(M) = 0$. Calculons son polynôme caractéristique :

$$P(X) = det(M - XI_n) = det(M) - det(XI_n) = -X^n det(I_n) = -X^{n.}$$

La seule valeur propre de Mest donc 0. Le polynôme caractéristique étant scindé, M est diagonalisable et il existe une matrice de Jordan J semblable à M dont la diagonale est nulle.
Supposons que J soit non nulle. Il existe un terme $a_{i,i+1} = 1$.

Pour $n = 5$ et $i = 3$, on a par exemple J = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Considérons la matrice B définie comme suit : des 0 partout et des n nombres 1 disposés sur la diagonale au-dessus de la ligne i et au-dessous de la ligne i+1 ainsi qu'aux places $a_{i,i+1}$et $a_{i+1,i}$
Par exemple, pour n = 5 et i = 3, on a :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Alors $det(B) = -1$

Soit la matrice $A = B - J$; avec notre exemple précédent, on a A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

La ligne numéro i de cette matrice ne contient que des 0, donc $det(A) = 0$.

On a $det(A + J) = det(B) = -1$, et $det(A) + det(J) = 0 + 0 = 0$.

L'hypothèse faite est donc fausse, et tous les termes de J sont nuls. M étant semblable à J, M est aussi la matrice nulle.

123-1 *Proposé par Louis Rivoallan :*

Dans une publicité télévisée on voit Henri Leconte déclarer :

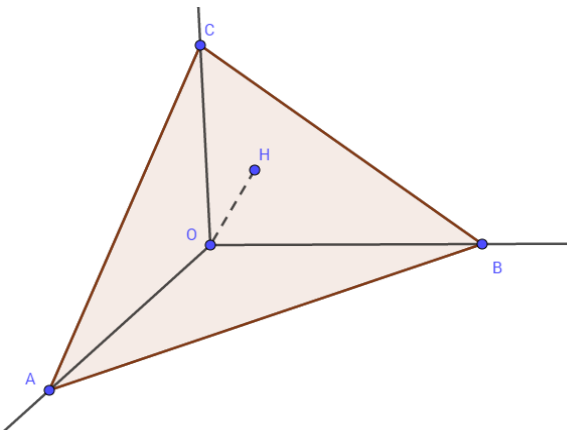
« Pendant vingt ans j'ai été en situation d'obésité. En six mois j'ai perdu 15 kg et j'ai retrouvé un IMC normal. » (https://www.youtube.com/watch?v=mTGeBVvTNUc)
Sur Wikipédia on apprend que Henri Leconte mesure 1,85 m.

La publicité est-elle mensongère ?

Solution de Frédéric de Ligt
L'IMC est défini comme le rapport de la masse M exprimée en kg par le carré de la taille T exprimé en m^2. Selon les tables médicales un IMC supérieur à 30 kg/m^2 indique une obésité, alors que compris entre 18,5 et 25 il est considéré comme normal. La situation d'obésité d'Henri Leconte se traduit par $M/1{,}85^2 > 30$, soit $M > 102{,}675$. En perdant 15 kg, il a quand même une masse vérifiant $M > 87{,}675$. Son IMC vaut alors au moins $87{,}675/1{,}85^2$ soit environ 25,6. Cet IMC traduit au minimum un léger surpoids.

125-1 *Proposé par Jacques Chayé :*

Par rapport à un repère orthonormé d'origine O, on considère les trois points :
A(a ; 0 ; 0), B(0 ; b ; 0) et C(0 ; 0 ; c).
Le plan (ABC) est perpendiculaire en H à la sphère de centre O et de rayon 1. Comment s'expriment l'aire S du triangle ABC et les coordonnées u, v et w de H, en fonction de a, b et c ?



Solution de l'auteur
Supposons d'abord a, b et c positifs. Le volume de la pyramide OABC est égal à $\frac{1}{3}\mathrm{OH}\times S = \frac{S}{3}$ mais aussi à $\mathrm{OC}\times\frac{1}{3}\frac{\mathrm{OA}\times\mathrm{OB}}{2} = \frac{abc}{6}$. Par conséquent, $S = \frac{abc}{2}$. Recherchons l'équation du plan ABC. Un point M(x ; y ; z) appartient à ce plan si et seulement si $\overrightarrow{HM}\bullet\overrightarrow{OH} = 0$
c'est-à-dire :

$$(x - u)u + (y - v)v + (z - w)w = 0$$

ou encore :

$$xu + yv + zw = 1 \quad (\text{puisque } u^2 + v^2 + w^2 = 1)$$

Or A appartient à ce plan, donc au = 1 ; de même, bv = 1 et cw = 1.
En résumé :

$$S = \frac{abc}{2} \qquad u = \frac{1}{a} \quad v = \frac{1}{b} \quad w = \frac{1}{c}$$

Dans les autres cas (un, deux ou trois des nombres a, b et c négatifs) on obtiendrait les mêmes résultats, au signe près.

125-4 *Proposé par Frédéric de Ligt :*

Amusette, gentille amusette

Placer tous les chiffres de 0 à 9, chacun pris une seule fois, de façon à rendre juste l'addition ci-dessous :

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & & * \\
+ & & & * & * \\
+ & & * & * & * \\
+ & * & * & * & * \\
\hline
 & 9 & 9 & 9 & 9
\end{array}$$

Solution de l'auteur

Voilà une des solutions possibles

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & & 8 \\
+ & & & 3 & 6 \\
+ & & 7 & 0 & 1 \\
+ & 9 & 2 & 5 & 4 \\
\hline
 & 9 & 9 & 9 & 9
\end{array}$$

Compte-rendu du comité du 8 sept. 2021

Les Journées Nationales 2021 à Bourges

Notre Régionale interviendra trois fois aux Journées Nationales à Bourges :

- le pot amical avant le déjeuner du lundi ; le pineau est bien sûr à l'ordre du jour !
- la présentation du thème « Où se cachent les mathématiques ? » et des lieux (le lycée Jean Hyppolite, le Centre des congrès de Haute-Saintonge et la ville de Jonzac), à la fin de l'Assemblée Générale des Journées.
- la distribution des affiches pendant les réunions des Régionales.

Les Journées Nationales 2022 à Jonzac

Concernant les Journées que nous organisons à Jonzac du 22 au 25 octobre 2022, la quête des conférencier.e.s et des spectacles en soirées continue.

Une animation en ville (jeux et spectacles) est envisagée en direction des scolaires et du grand public le vendredi après-midi et soir, veille du début des Journées… Une journée OFF !

L'Espace Mendès France et nos expositions

L'Espace Mendès France a fourni à la Régionale la version dupliquée (panneaux plus petits) de **Maths & Mesure**, mais nous devons nous procurer le matériel d'accompagnement.

Nous souhaitons poursuivre notre partenariat avec l'Espace Mendès France et il faudrait déjà penser au sujet de la prochaine expo. Appel à contributions !

Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
11 Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél. : apmep.poitiers@free.fr
Tél. : 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication F. de Ligt
Comité de rédaction F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne, J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon.
Imprimerie IREM de Poitiers. Adresse ci-dessus.
Éditeur APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Siège Social Voir adresse ci-dessus
Dépôt légal Septembre 2021