Rallye Mathématique Poitou - Charentes

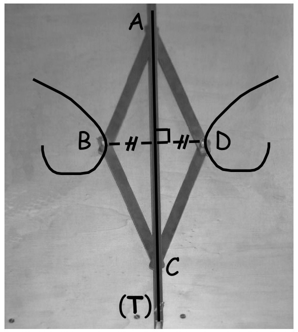
5^{e}

Épreuve du 21 février 2012

Éléments de solutions

1 Des outils pour tracer (30 points)

Un instrument à découvrir (11 points)



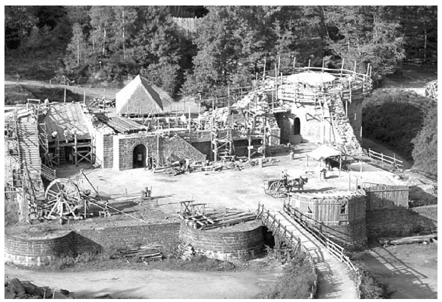
1°) On peut appeler cet instrument un **symétriseur**.

2°) Les quatre barres mobiles [AB], [BC], [CD] et [DA] sont de même longueur. Elles sont donc les côtés d'un losange ABCD. Quelle que soit la position du point B sur le dessin et des points A et C sur la tige (**T**), ABCD reste un losange. Or, dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Le dessin tracé par le crayon en D est donc symétrique par rapport à la tige (**T**) de celui parcouru par le point B .

3°) Productions à rechercher dans les dossiers

La corde à 13 nœuds (19 points)

Le château de Guédelon (5 points)

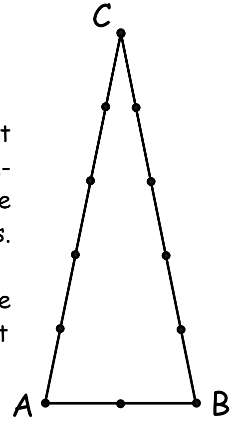


Ce château se trouve dans le département de l'Yonne en Bourgogne.

Sa construction est un vrai défi du fait que les artisans, tailleurs de pierre, maçons, bûcherons, charpentiers, forgeron, tuiliers, charretiers, vanniers, cordiers..., utilisent les techniques et les matériaux du Moyen-Âge.

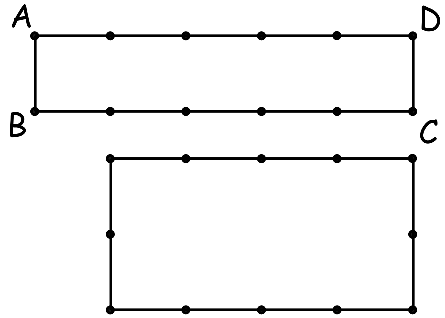
Avec la corde à 13 nœuds (8 points)

Triangle isocèle (4 points)



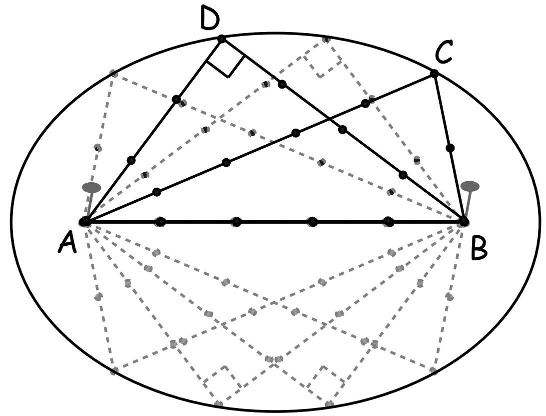
La boucle comporte 12 intervalles. Les sommets du triangle étant des nœuds de la boucle et les côtés [AC] et [BC] ayant même longueur, ces deux côtés réunis ont un nombre pair d'intervalles. Le côté [AB] doit donc avoir lui-même un nombre pair d'intervalles. Les possibilités pour [AB] sont donc 2, 4 ou 6 intervalles.
Si AB = 6, le triangle est aplati (C milieu de [AB]). Si AB = 4, le triangle est équilatéral. La seule possibilité est donc AB = 2 et alors AC = BC = 5.

Rectangle (4 points)



Puisque le périmètre est de 12 intervalles, le demi-périmètre est de 6.
Si AB = 1, BC = 5 et si AB = 2, BC = 4.
Pour AB = 3, on obtient un carré.

La méthode du jardinier (6 points)



En faisant glisser le crayon à l'intérieur de la boucle tendue on obtient une ellipse encore appelée « Le tracé du jardinier ».
Le dessin ci-contre montre les huit triangles obtenus lorsqu'un nœud de la boucle est sur la courbe. Ils sont de deux types :
- le triangle ABC isocèle de base [BC] déjà rencontré et dont les côtés mesurent 2, 5 et 5,
- Le triangle ABD rectangle en D dont les côtés mesurent 3, 4 et 5.

Ils sont disposés symétriquement par rapport à la droite (AB) et à la médiatrice du segment [AB].

② Le suzenjou du 21 02 2012 (10 points)

On peut tout de suite compléter les zones qui possèdent déjà trois chiffres (le quatrième chiffre est entouré) : grille ci-dessous.
On peut aussi regarder les lignes et les colonnes qui ont un 0 ou un 1 à leurs extrémités. Les autres chiffres sont alors des 2 et des 1 (ou des 0).
En considérant, suivant l'avancé du remplissage de la grille, les zones de quatre cases ou les lignes de huit cases, on aboutit à la solution unique ci-dessous.

2	**1**	**0**	**2**	**2**	**0**	**1**	**2**
1	0	2	2	0	2	2	**1**
0	2	2	1	1	2	2	**0**
2	2	1	0	2	1	0	**2**
2	0	1	2	**0**	1	2	**2**
0	2	2	1	1	2	2	**0**
1	2	2	0	2	2	0	**1**
2	**1**	**0**	**2**	**2**	**0**	**1**	**2**

③ Rectangles numériques (10 points)

Plaçons 123 dans la 4ème case, 456 dans la 19ème case et appelons a et b les nombres des deux dernières cases. Comme la somme de trois nombres consécutifs est toujours égale à 2012, b est obligatoirement dans la 18ème case et a dans la 17ème.

			123											a	b	456	a	b

On peut ainsi compléter la bande de droite à gauche et on observe que b = 123. Le nombre de la 9ème case (case grisée) est a.

		a	b	456	a	b	456	a	b	456	a	b	456	a	b	456	a	b

On a donc : a + 123 + 456 = 2012, d'où a = 1433.

④ Le mot mystère (10 points)

« ...vous trouverez le mot en faisant intervenir les côtés du triangle rectangle-isocèle. » était un indice précieux. Il fallait donc penser à la symétrie axiale par rapport aux côtés de ce triangle. On pouvait obtenir le mot en rabattant, par pliage sur les côtés du triangle, les signes extérieurs au triangle.

Le dessin complet est sur la feuille annexe.

Le mot mystère est : $\boxed{\text{BON}}$

⑤ Date palindrome (10 points)

On peut par exemple commencer par choisir l'année et compléter symétriquement la date par la gauche. On commence à tester les années suivantes.
Pour 2013, on obtient 31022013 : le 31 février 2013 n'existe pas.
Pour 2014, on obtient 41022014 : le 41 février 2014 n'existe pas.
On se rend compte que si l'on garde les chiffres 2 et 0 au début de l'année, on tombe au mois de février ; il faudra donc que les 2 derniers chiffres « retournés » ne dépassent pas 29. Cela permet de limiter un peu la recherche sur le dernier chiffre de l'année. Il ne peut être que 0, 1 ou 2.
On passe donc directement à 2020. 02022020 : le 2 février 2020 convient.
Pour 2021, on obtient 12022021 : le 12 février 2021 convient.
Pour 2022, on obtient 22022022 : le 22 février 2022 convient.
D'après la remarque précédente, il faut passer à 2030. On obtient 03022030 : le 3 février 2030 convient.

Dans l'ordre chronologique, les quatre dates palindromes sont :

02 02 2020	12 02 2021	22 02 2022	03 02 2030

4 **Le mot mystère** (10 points)