

Rallye Mathématique Poitou - Charentes

Épreuve du 21 février 2012

Éléments de solutions

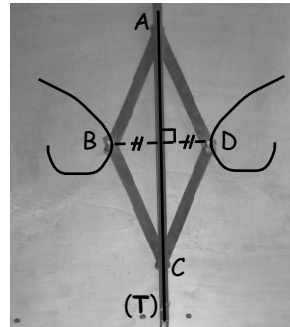


1 Des outils pour tracer (30 points)

Un instrument à découvrir (11 points)

1°) On peut appeler cet instrument un **symétriseur**.

2°) Les quatre barres mobiles $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ sont de même longueur. Elles sont donc les côtés d'un losange $ABCD$. Quelle que soit la position du point B sur le dessin et des points A et C sur la tige (T) , $ABCD$ reste un losange. Or, dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Le dessin tracé par le crayon en D est donc symétrique par rapport à la tige (T) de celui parcouru par le point B .



3°) Productions à rechercher dans les dossiers

La corde à 13 nœuds (19 points)

Le château de Guédelon (5 points)

Ce château se trouve dans le département de l'Yonne en Bourgogne.

Sa construction est un vrai défi du fait que les artisans, tailleurs de pierre, maçons, bûcherons, charpentiers, forgeron, tuiliers, charretiers, vanniers, cordiers..., utilisent les techniques et les matériaux du Moyen-Âge.

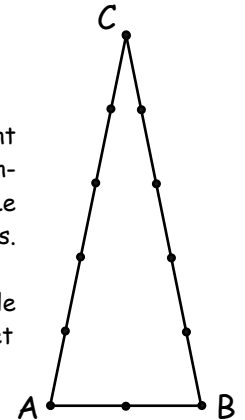


Avec la corde à 13 nœuds (8 points)

Triangle isocèle (4 points)

La boucle comporte 12 intervalles. Les sommets du triangle étant des nœuds de la boucle et les côtés $[AC]$ et $[BC]$ ayant même longueur, ces deux côtés réunis ont un nombre pair d'intervalles. Le côté $[AB]$ doit donc avoir lui-même un nombre pair d'intervalles. Les possibilités pour $[AB]$ sont donc 2, 4 ou 6 intervalles.

Si $AB = 6$, le triangle est aplati (C milieu de $[AB]$). Si $AB = 4$, le triangle est équilatéral. La seule possibilité est donc $AB = 2$ et alors $AC = BC = 5$.

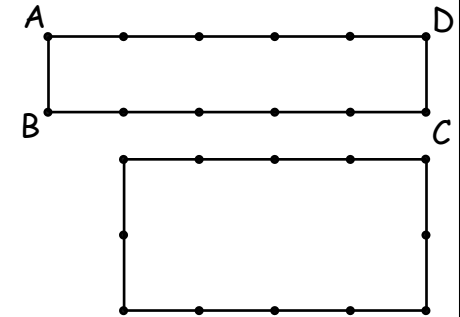


Rectangle (4 points)

Puisque le périmètre est de 12 intervalles, le demi-périmètre est de 6.

Si $AB = 1$, $BC = 5$ et si $AB = 2$, $BC = 4$.

Pour $AB = 3$, on obtient un carré.



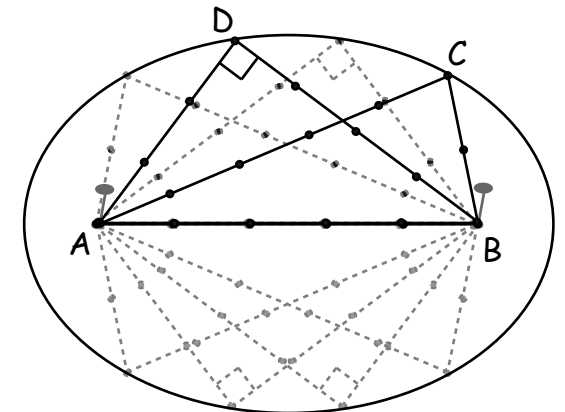
La méthode du jardinier (6 points)

En faisant glisser le crayon à l'intérieur de la boucle tendue on obtient une ellipse encore appelée « Le tracé du jardinier ».

Le dessin ci-contre montre les huit triangles obtenus lorsqu'un nœud de la boucle est sur la courbe. Ils sont de deux types :

- le triangle ABC isocèle de base $[BC]$ déjà rencontré et dont les côtés mesurent 2, 5 et 5,
- Le triangle ABD rectangle en D dont les côtés mesurent 3, 4 et 5.

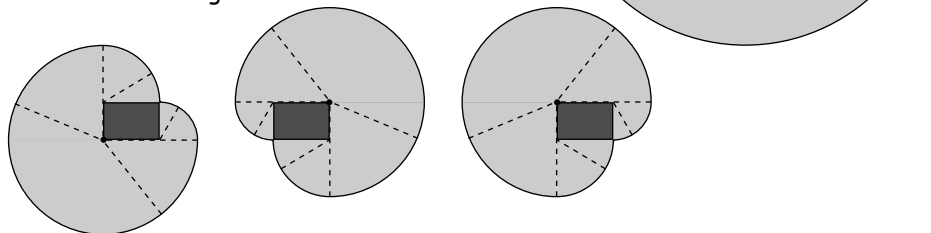
Ils sont disposés symétriquement par rapport à la droite (AB) et à la médiatrice du segment $[AB]$.



2 La Chèvre de monsieur Seguin (10 points)

Pour le dessin ci-contre, nous avons choisi 1 cm pour 4 m en réalité.

Suivant le coin de la bergerie où Blanquette est attachée, la surface qu'elle peut brouter est, par rapport à celle du dessin ci-contre, obtenue par la symétrie d'axe médian "vertical" ou "horizontal" de la bergerie, ou par la symétrie de centre celui de la bergerie.



3 Carré décimal (10 points)

Il est évident que la première colonne ne comporte que des 0 et la deuxième colonne un seul 1. Pour trouver toutes les solutions, on peut considérer toutes les places possibles du 1 dans la deuxième colonne puis par essais et corrections compléter la grille. Mais on ne demandait pas toutes les solutions.

Il est intéressant de considérer en premier lieu les lignes ou colonnes qui ont une petite somme ; elles offrent moins de possibilités dans le choix des nombres.

Voici les huit solutions :

0	0	2	1
0	0	4	0
0	0	1	1
0	1	2	5

0	0	1	2
0	0	3	1
0	0	2	0
0	1	3	4

0	0	3	0
0	0	4	0
0	1	0	1
0	0	2	6

0	0	2	1
0	0	3	1
0	1	1	0
0	0	3	5

0	0	0	3
0	1	2	1
0	0	2	0
0	0	5	3

0	0	1	2
0	1	3	0
0	0	1	1
0	0	4	4

0	1	1	1
0	0	4	0
0	0	1	1
0	0	3	5

0	1	0	2
0	0	3	1
0	0	2	0
0	0	4	4

5			
3			
4			
2			
8			
6	0	1	9

4 21 février 2012 (15 points)

En 2012, puisque l'année comporte deux 2, un 0 et un 1, il faut donc que le couple (jour, mois) comporte deux 2, un 0 et un 1. On dénombre six couples (22,01), (22,10), (21,02), (20,12), (12,02), (02,12). Il y a donc six dates en 2012 : le **22 janvier**, le **12 février**, le **21 février**, le **22 octobre**, le **2 décembre** et **20 décembre**.

En 2011, l'année comporte un 2, un 0 et deux 1. Il faut donc que le couple (jour, mois) comporte trois 2 et un 0. On dénombre un seul couple (22,02), soit un seul jour : le **22 février**.

En 2010, l'année comporte un 2, deux 0 et un 1. Il faut donc que le couple (jour, mois) comporte trois 2 et un 1. On dénombre un seul couple (22,12), soit un seul jour le **22 décembre**.

Voici les dates, dans l'ordre chronologique, pour chaque année :

En 2012 : 22/01, 12/02, 21/02, 22/10, 02/12, 20/12.

En 2011 : 22/02. En 2010 : 22/12.

4 21 février 2012 Compléments

Si l'on considérait tout le 21^{ème} siècle, on constaterait que cela est seulement possible, en plus des trois années citées, en :

2001 : seule date le 22/12

2002 : trois dates possibles : le 22/11, le 21/12 et le 12/12

2020 : trois dates possibles : le 22/11, le 21/12 et le 12/12

2021 : six dates possibles : le 22/01, le 12/02, le 21/02, le 22/10, le 02/12 et le 20/12

2022 : neuf dates possibles : le 12/01, le 21/01, le 11/02, le 12/10, le 21/10, le 02/11, le 20/11, le 01/12 et le 10/12.

2100 : seule date possible : le 22/12

5 Cho-cho-chocolat (5 points)

Il y a 36 carreaux. Comme la tablette n'est pas carrée, on ne peut pas choisir 6x6. C'est 4 x 9 qui donne alors le plus petit périmètre : $2 \times (4 + 9) = 26$
3x12 et 2x18 donnent respectivement $2 \times (3 + 12) = 30$ et $2 \times (2 + 18) = 40$.

J'ai fini ma tablette de chocolat le JEUDI

Ses dimensions sont : 4 x 9